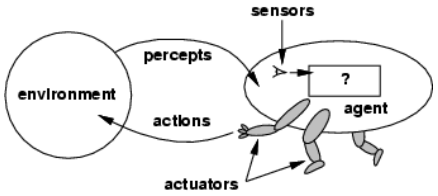
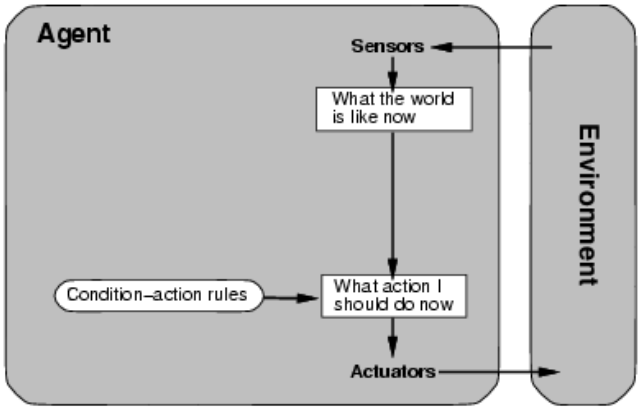
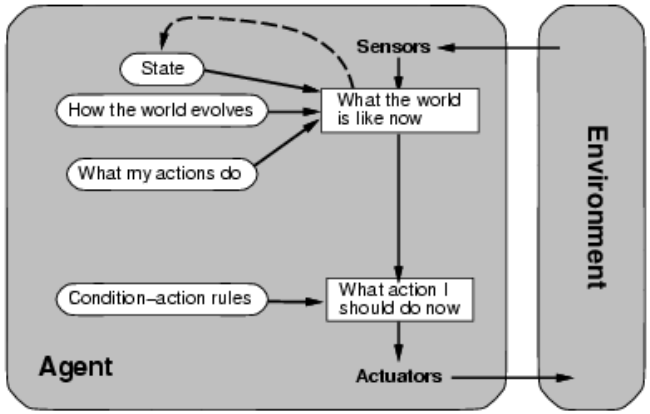


Rappel

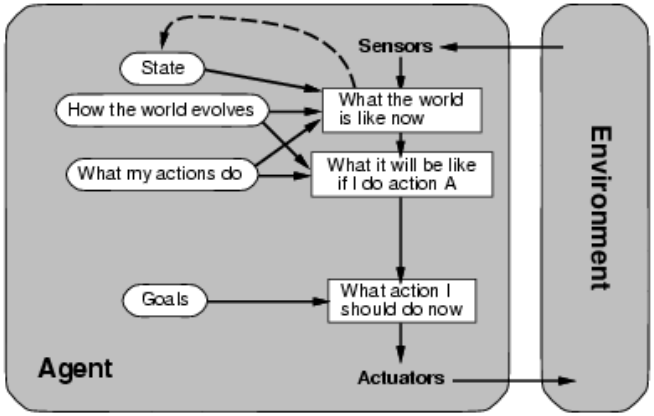
Simple reflex



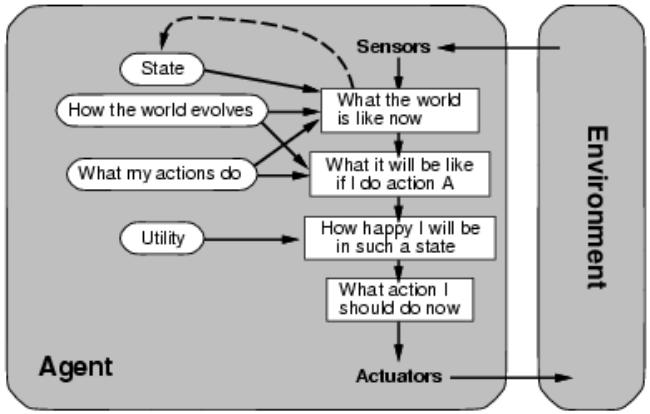
Model-based reflex



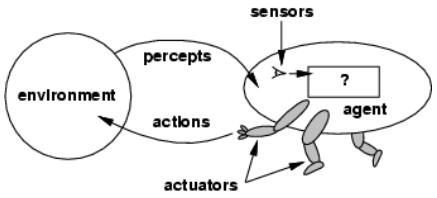
Goal-based

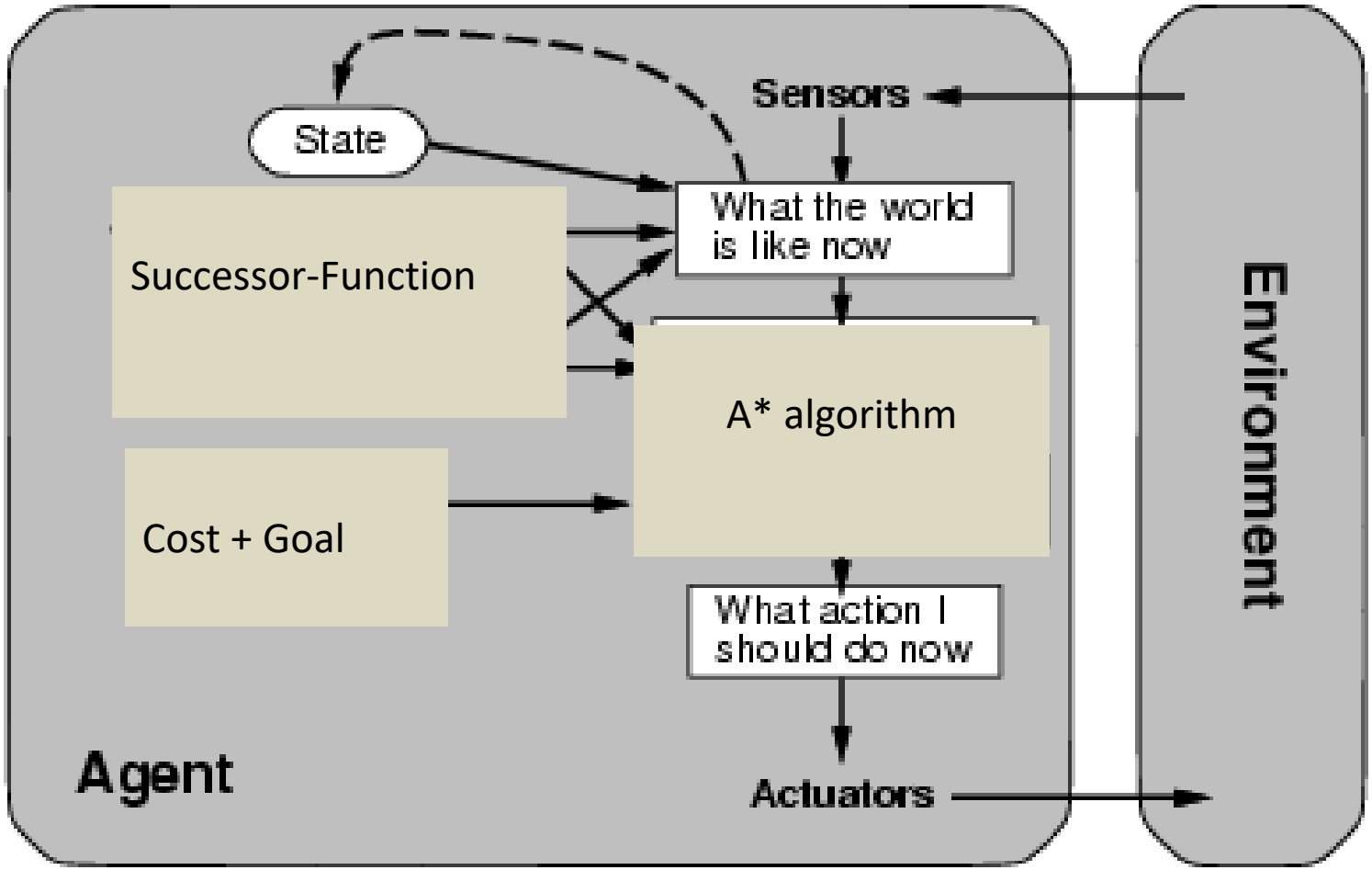


Utiliy-based



Rappel

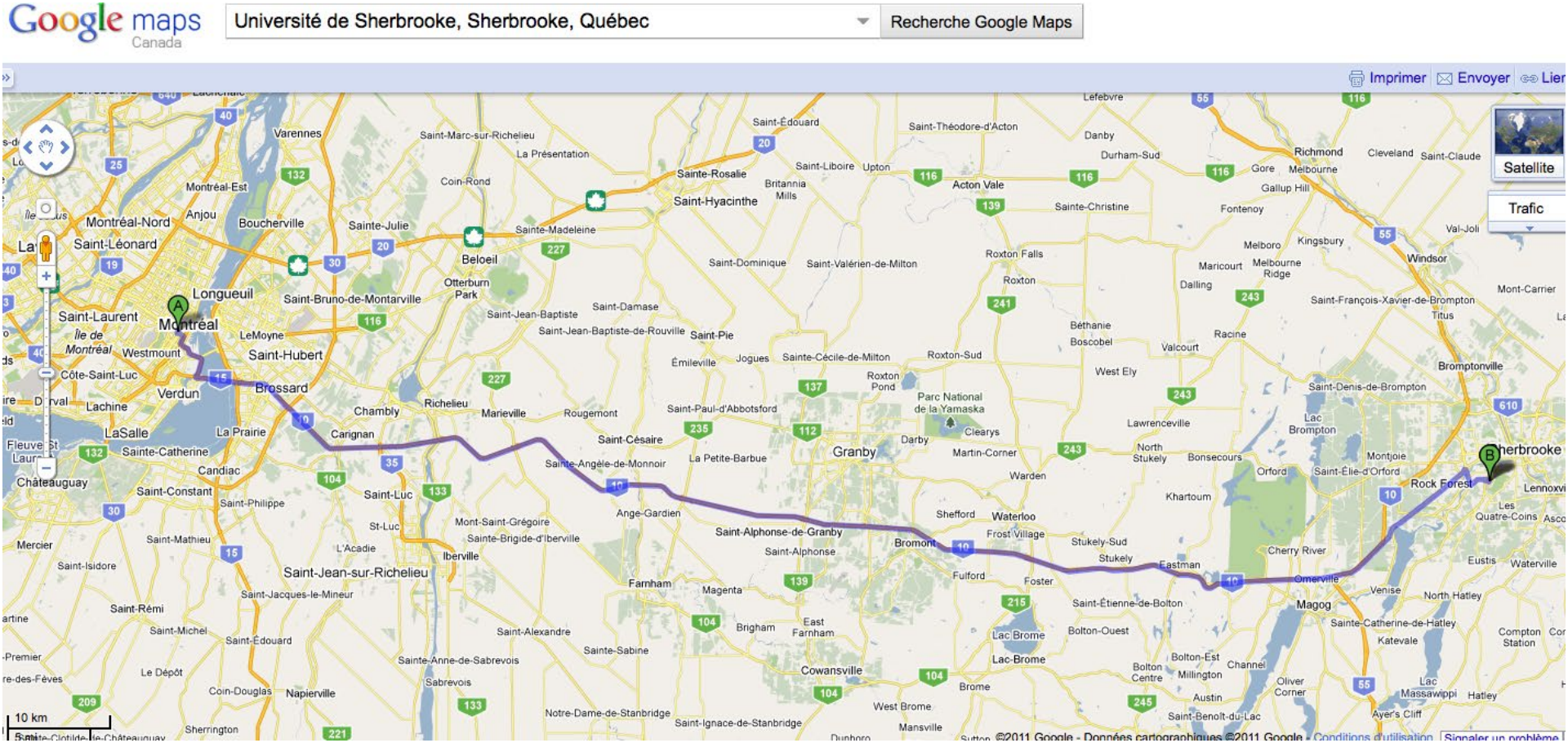

sensors
percepts
environment
?
agent
actions
actuators


Sensors
State
What the world is like now
Successor-Function
A* algorithm
Cost + Goal
What action I should do now
Agent
Actuators
Environment

Sujets couverts

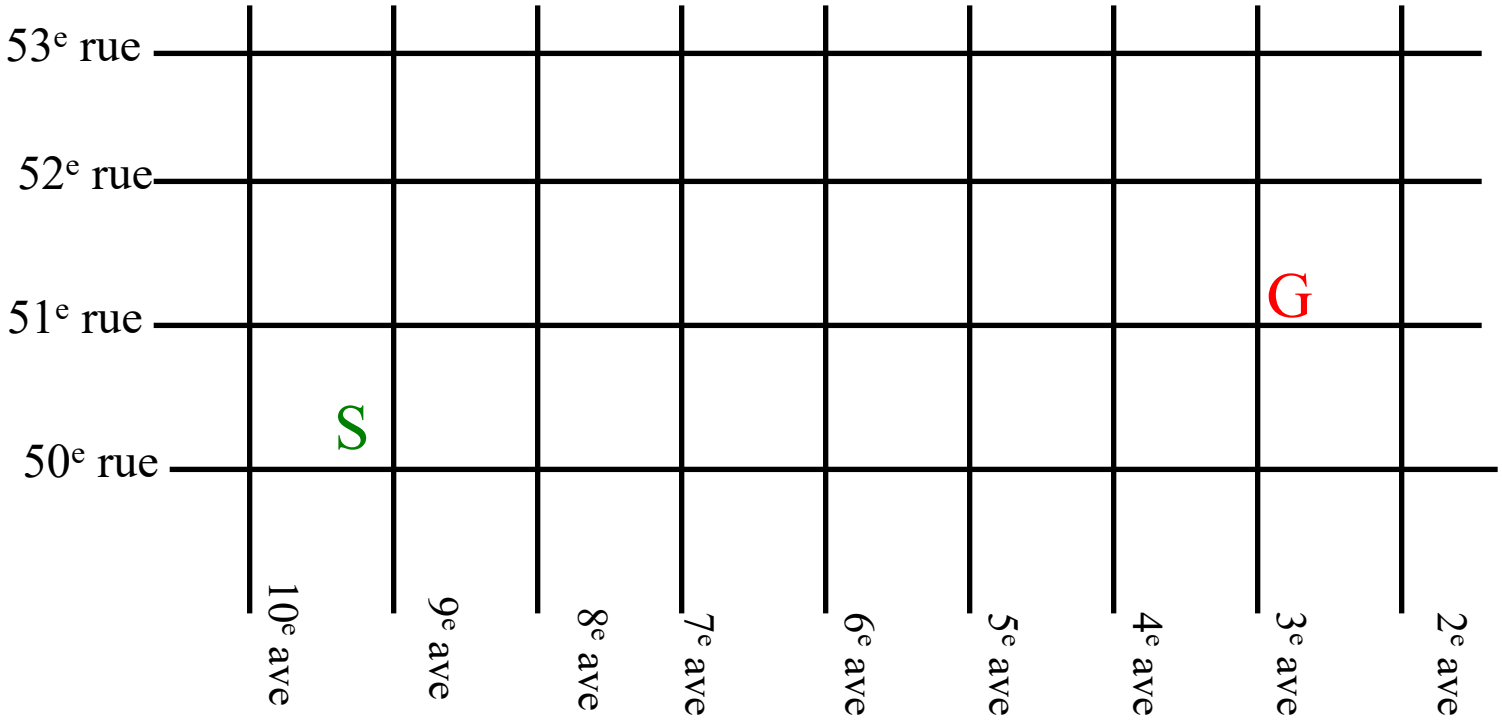
- Notion d'heuristique
- Algorithme A*

Exemple : Google Maps

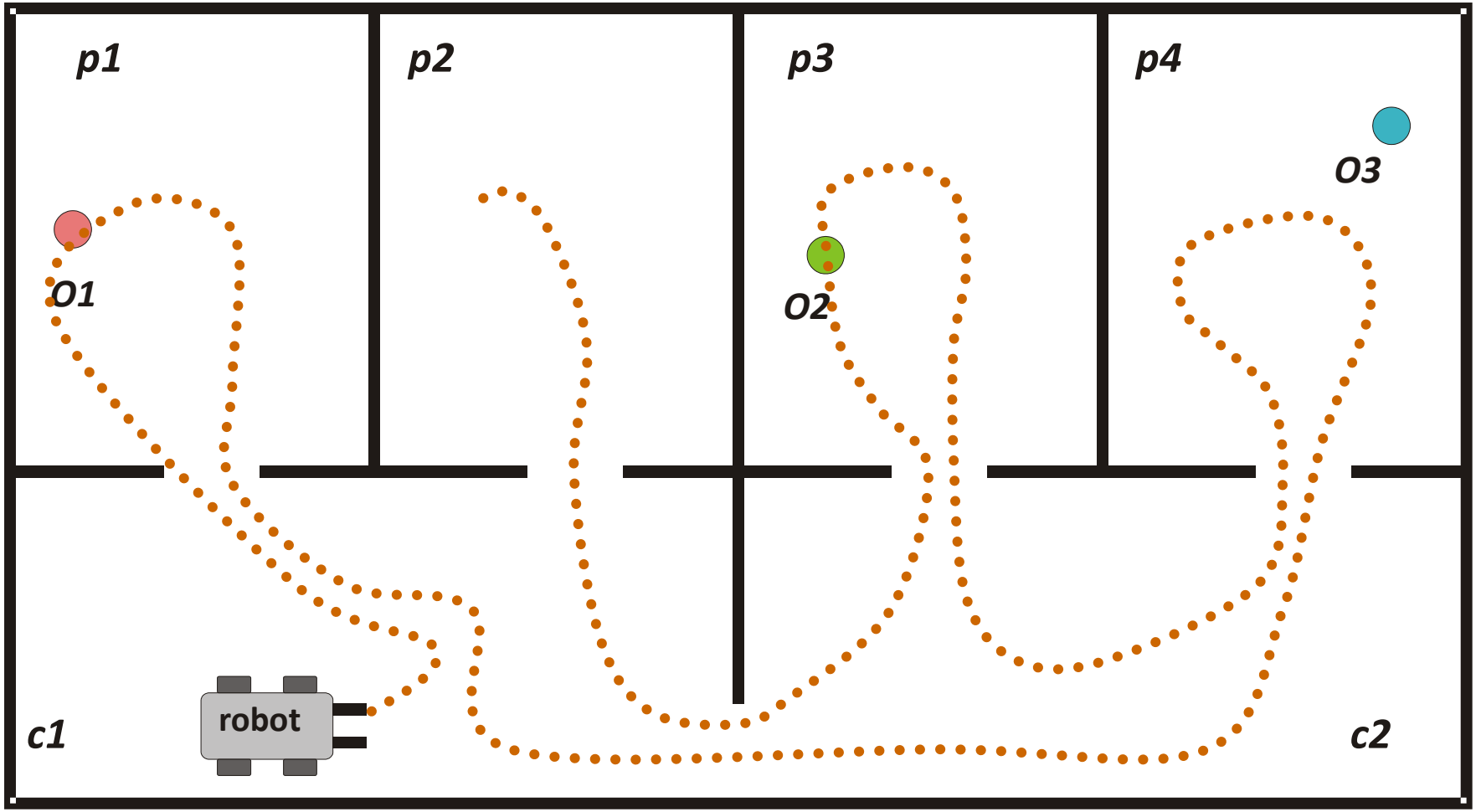


Exemple : trouver chemin sur une carte

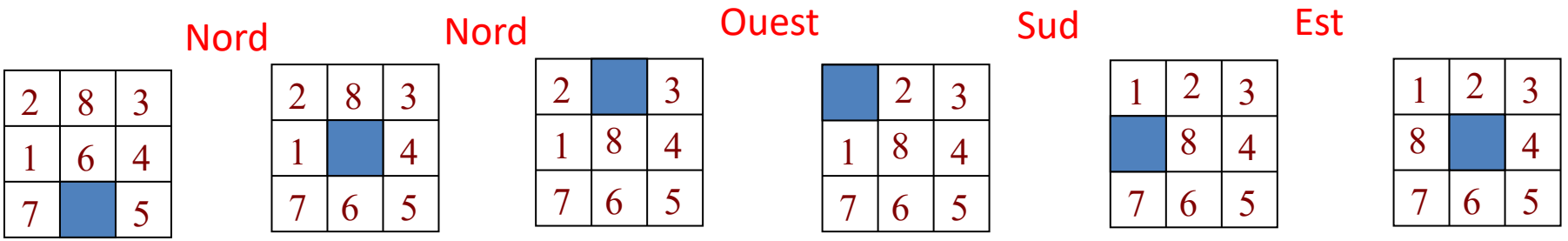
Trouver un chemin de la 9e ave & 50e rue à la 3e ave et 51e rue



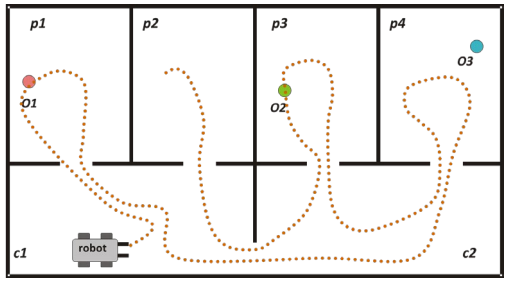
Exemple : livrer des colis



Exemple : N-Puzzle

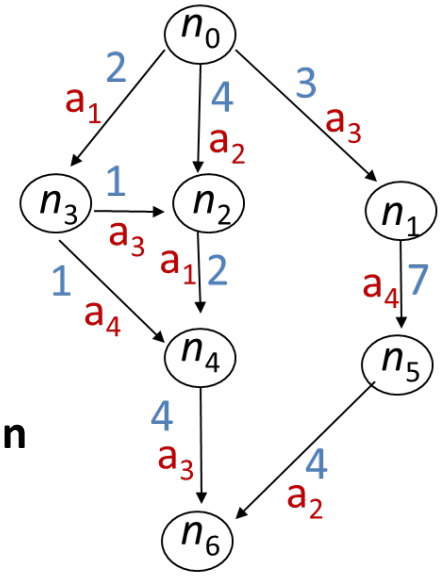


Résolution de problèmes par une recherche heuristique dans un graphe



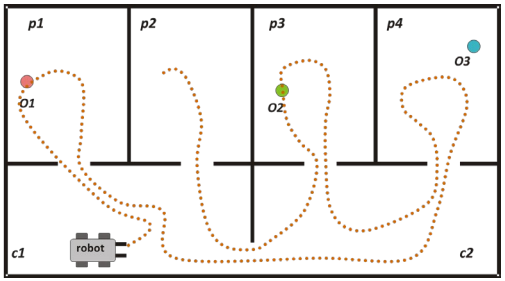
- Étapes intuitives par un humain
  1. Modéliser la situation actuelle
  2. Énumérer les options possibles
  3. Évaluer la valeur des options
  4. Retenir la meilleure option possible satisfaisant le but
- Mais comment parcourir efficacement l'ensemble des options possibles?

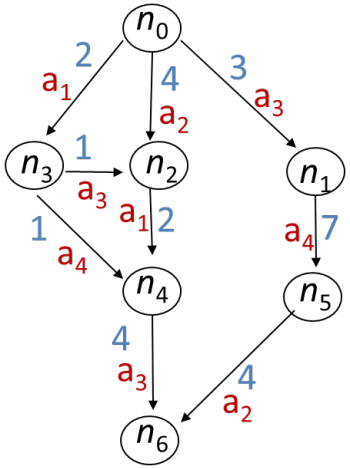
- La résolution de beaucoup de problèmes peut être faite par **une recherche dans un graphe**
  - Chaque **nœud** correspond à un **état** de l'environnement
  - Une **transition** entre deux nœuds représente une **action**
  - Chaque chemin dans le graphe représente alors une **suite d'actions** prises par l'agent
  - Pour résoudre notre problème, il suffit de **chercher le chemin qui satisfait le mieux notre mesure de performance**



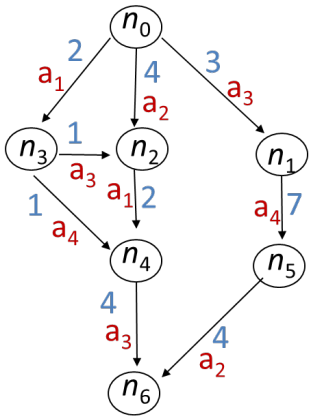
Résolution de problème par une recherche heuristique dans un graphe

- La recherche heuristique est à la base de beaucoup d'approches en IA
- Le graphe est défini récursivement (plutôt qu'explicitement)
- Une heuristique est utilisée pour guider la recherche :
  - les heuristiques exploitent les connaissances du domaine d'application





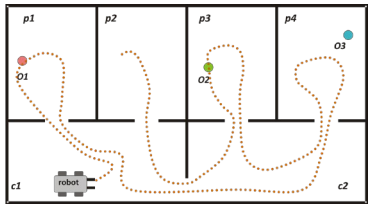
Problème de recherche dans un graphe



- Algorithme de recherche dans un graphe
  - Entrées :
    - » un **nœud initial**
    - » une **fonction objective *goal*(*n*)** qui retourne *true* si le but est atteint
    - » une **fonction de transition *transitions*(*n*)** qui retourne les nœuds successeurs de *n*
    - » une **fonction de coût *c*(*n*,*n'*)** strictement positive, qui retourne le coût de passer de *n* à *n'* (permet de considérer le cas avec coûts variables)
  - Sortie :
    - » un chemin dans un graphe (séquence nœuds / arrêtes)
  - Le **coût d'un chemin** est la **somme des coûts des arrêtes** dans le graphe
  - Il peut y avoir plusieurs nœuds qui satisfont le but
- Enjeux :
  - trouver un chemin solution, ou
  - trouver un chemin optimal, ou
  - trouver rapidement un chemin (compromis sur l'optimalité)

Exemple : trouver chemin dans une ville

Domaine d'application :



Actions possibles (e.g., routes entre les villes) :

$Actions(n_0) \equiv A(n_0) = [(a_1,n_3), (a_2,n_2), (a_3,n_1)]$

Coût des actions (e.g., distance entre les villes) :

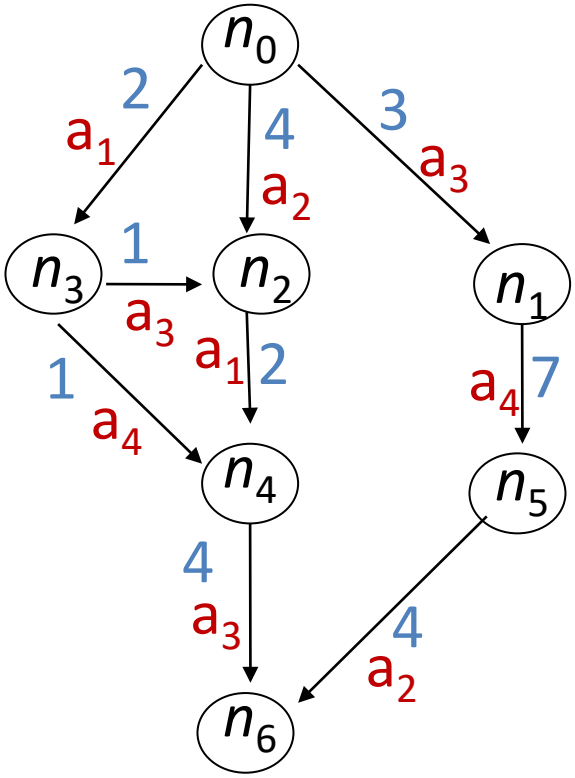
$c(n_0, a_2, n_2) = 4$

Problème à résoudre (état initial, but) :

Trouver une séquence d'actions menant de l'état initial (e.g., n_0) au but (e.g., n_6)

Fonction de but:

$goal(n)$: vrai si $n=n_6$

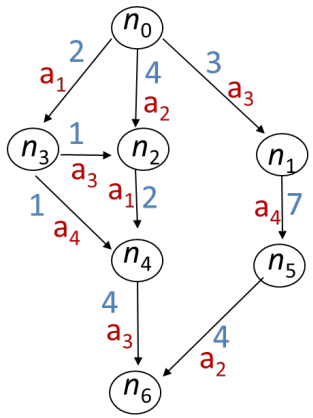


Rappel sur les algorithmes de recherche dans des graphes

- Recherche sans heuristique et coût uniforme
  - Recherche en profondeur (*depth-first Search*)
    - » pour un noeud donné, explore le premier enfant avant d'explorer un noeud frère
  - Recherche en largeur (*breadth-first search*)
    - » pour un noeud donné, explore les noeuds frères avant leurs enfants

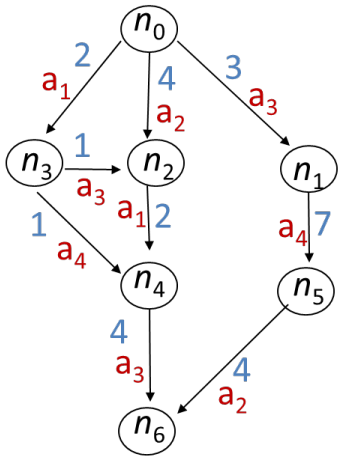
- Recherche **sans heuristique** et coût variable
  - Algorithme de Dijkstra
    - » trouve le chemin le plus court entre un noeud source et tous les autres noeuds

- Recherche **avec heuristique** et coût variable :
  - *best-first search*
  - *greedy best-first search*
  - **A***



Algorithme A*

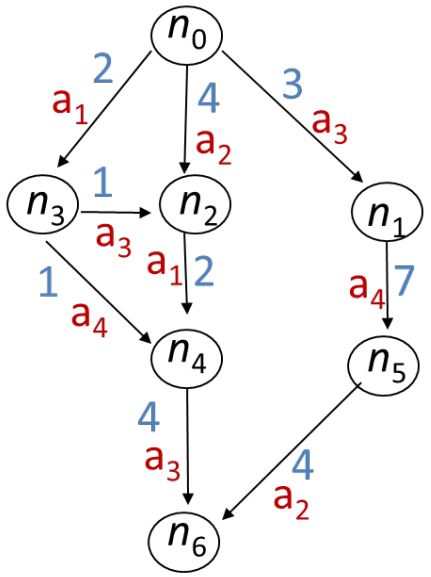
- A* est une extension de l'algorithme de Dijkstra
  - utilisé pour trouver un chemin optimal dans un graphe via l'**ajout d'une heuristique**
- Une **heuristique** $h(n)$ est une fonction d'**estimation du coût entre un nœud *n* d'un graphe et le but** (le nœud à atteindre)
- Les heuristiques sont à la base de beaucoup de travaux en IA :
  - recherche de meilleures heuristiques
  - apprentissage automatique d'heuristiques
- Pour décrire A*, il est pratique de décrire un algorithme générique très simple, dont A* est un cas particulier



Variables importantes : *Frontière* et *Explorés*

- *Frontière (Open)* contient les nœuds non encore traités, c'est à dire à la frontière de la partie du graphe explorée jusque là

- *Explorés (Closed)* contient les nœuds déjà traités, c'est à dire à l'intérieur de la frontière

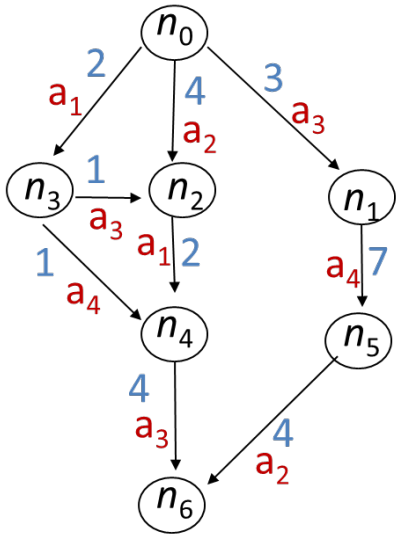


Insertion des nœuds dans *Frontière*

- Les nœuds *n* dans *Frontière* sont triés selon l'estimé *f*(*n*) de leur « valeur »
  - on appelle *f*(*n*) une **fonction d'évaluation**

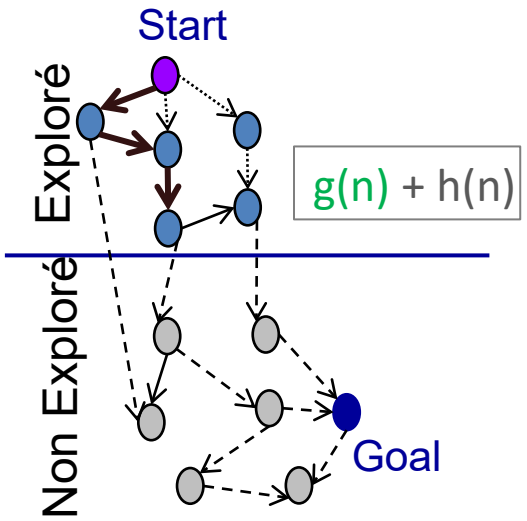
- Pour chaque nœud *n*, *f(n)* est un nombre réel positif ou nul, **estimant le coût du meilleur chemin partant de la racine, passant par *n*, et arrivant au but**

- Dans *Frontière*, les nœuds se suivent en ordre croissant selon les valeurs *f(n).*
  - le tri se fait par insertion : on s'assure que le nouveau nœud va au bon endroit
  - on explore donc les noeuds les plus « prometteurs » en premier



Définition de *f*

- La **fonction d'évaluation** *f*(*n*) tente d'estimer le coût du chemin optimal entre le nœud initial et le but, et qui passe par *n*
- En pratique on ne connaît pas ce coût : c'est ce qu'on cherche !
- À tout moment, on connaît seulement le coût optimal **pour la partie explorée** entre la racine et un nœud **déjà exploré**
- Dans A*, on sépare le calcul de *f(n)* en deux parties :
  - *g(n)* : coût du meilleur chemin ayant mené au noeud *n* depuis la racine
    - » c'est le coût du meilleur chemin **trouvé jusqu'à maintenant** qui se rend à *n*
  - *h(n) :* coût **estimé** du reste du chemin optimal partant de *n* jusqu'au but. *h(n)* est la **fonction heuristique**
    - » on suppose que *h*(*n*) est non négative et *h*(*n*) = 0 si n est le noeud but



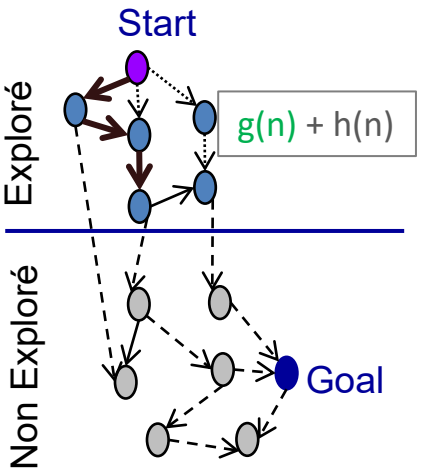
Exemples de fonctions heuristiques

- Chemin dans une ville
  - distance **Euclidienne** ou distance de **Manhattan** pour un chemin sur une carte
  - éventuellement pondéré par la qualité des routes, le prix du billet, etc.
- Probabilité d'atteindre l'objectif en passant par le nœud
- Qualité de la configuration d'un jeu par rapport à une configuration gagnante

Algorithme générique de recherche dans un graphe

Algorithme recherche-dans-graphe(*noeudInitial*)

1. déclarer deux nœuds : *n*, *n'*
2. déclarer deux listes : *Frontière*, *Explorés* // *toutes les deux sont vides au départ*
3. insèrer *noeudInitial* dans *Frontière*
4. tant que (1) // *la condition de sortie (exit) est déterminée dans la boucle*
    5. si *Frontière* est vide, sortir de la boucle avec échec
    6. *n* = noeud au début de *Frontière;*
    7. enlever *n* de *Frontières* et l'ajouter dans *Explorés*
    8. si *n* est le but, sortir de la boucle avec succès en retournant le chemin;
    9. pour chaque successeur n' de n
        10. initialiser la valeur *g(n') à : g(n) + le coût de la transition (n,n')*
        11. mettre le parent de *n'* à *n*
        12. si *Explorés* ou *Frontière* contient un nœud *n''* égal à *n'* avec *f(n') < f(n'')*
            13. enlever *n''* de *Explorés* ou *Frontière* et insérer *n'* dans *Frontière* en triant les nœuds en ordre croissant selon *f*(*n*)
        11. si *n'* n'est ni dans *Frontière* ni dans *Explorés*
            15. insérer *n'* dans *Frontière* en triant les nœuds en ordre croissant selon *f*(*n*)



Exemple A* avec recherche dans une ville

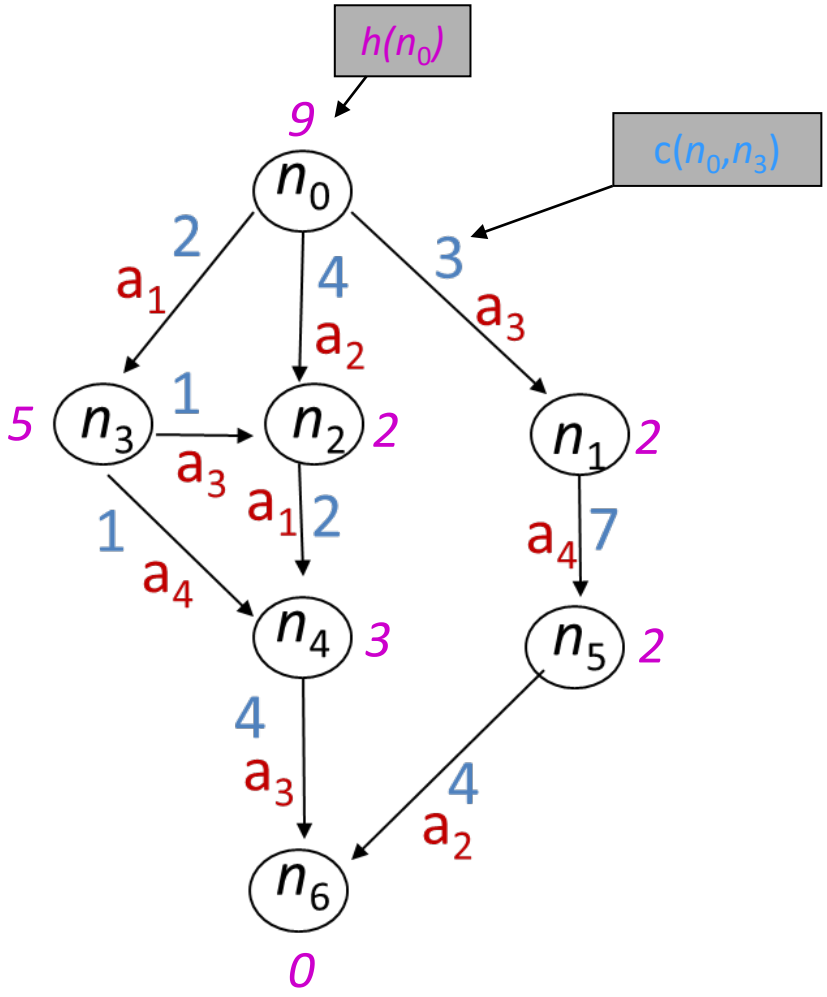
Routes entre les villes :

n_0 : ville de départ

n_6 : destination

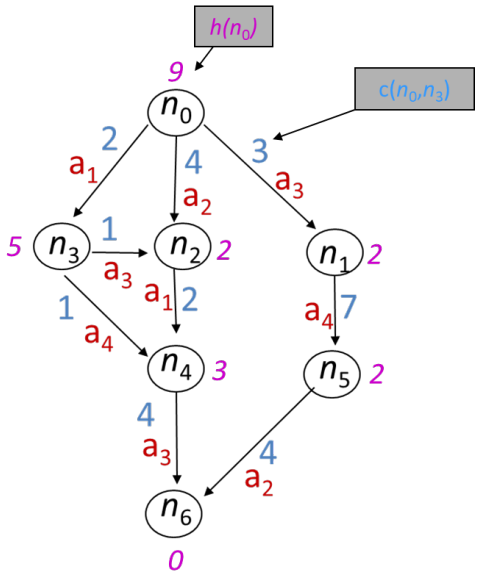
h : distance à vol d'oiseau

c : distance réelle entre deux villes



Exemple A* avec recherche dans une ville

Trouver une sequence d'actions (un **plan**) menant de $\mathbf{n_0}$ (état initial) à $\mathbf{n_6}$ (le but)



Contenu de *Frontière (Open)* à chaque itération (état, f, parent) :

1. (n_0, 9, void)
2. **(n_1,5,n_0), (n_2,6,n_0), (n_3,7,n_0)**
3. (n_2,6,n_0), (n_3,7,n_0), **(n_5,12,n_1)**
4. (n_3,7,n_0), **(n_4,9,n_2),** (n_5,12,n_1)
5. (n_2,5,n_3), **(n_4,6,n_3),** (n_5,12,n_1)
6. (n_4,6,n_3), (n_5,12,n_1)
7. **(n_6,7,n_4),** (n_5,12,n_1)
8. Solution : **n_0,n_3,n_4,n_6**

Contenu de *Explorés* (*Closed*) à chaque itération :

1. Vide
2. (n_0, 9, void)
3. (n_0, 9, void), (n_1,5,n_0)
4. (n_0, 9, void), (n_1,5,n_0), (n_2,6,n_0)
5. (n_0, 9, void), (n_1,5,n_0), (n_3,7,n_0)
6. (n_0, 9, void), (n_1,5,n_0), (n_3,7,n_0), (n_2,5,n_3)
7. (n_0, 9, void), (n_1,5,n_0), (n_3,7,n_0), (n_2,5,n_3), (n_4,6,n_3)
8. (n_0, 9, void), (n_1,5,n_0), (n_3,7,n_0), (n_2,5,n_3), (n_4,6,n_3), (n_6,7,n

Note: Pour faciliter la lecture, j'ai sous-entendu (omis) les actions

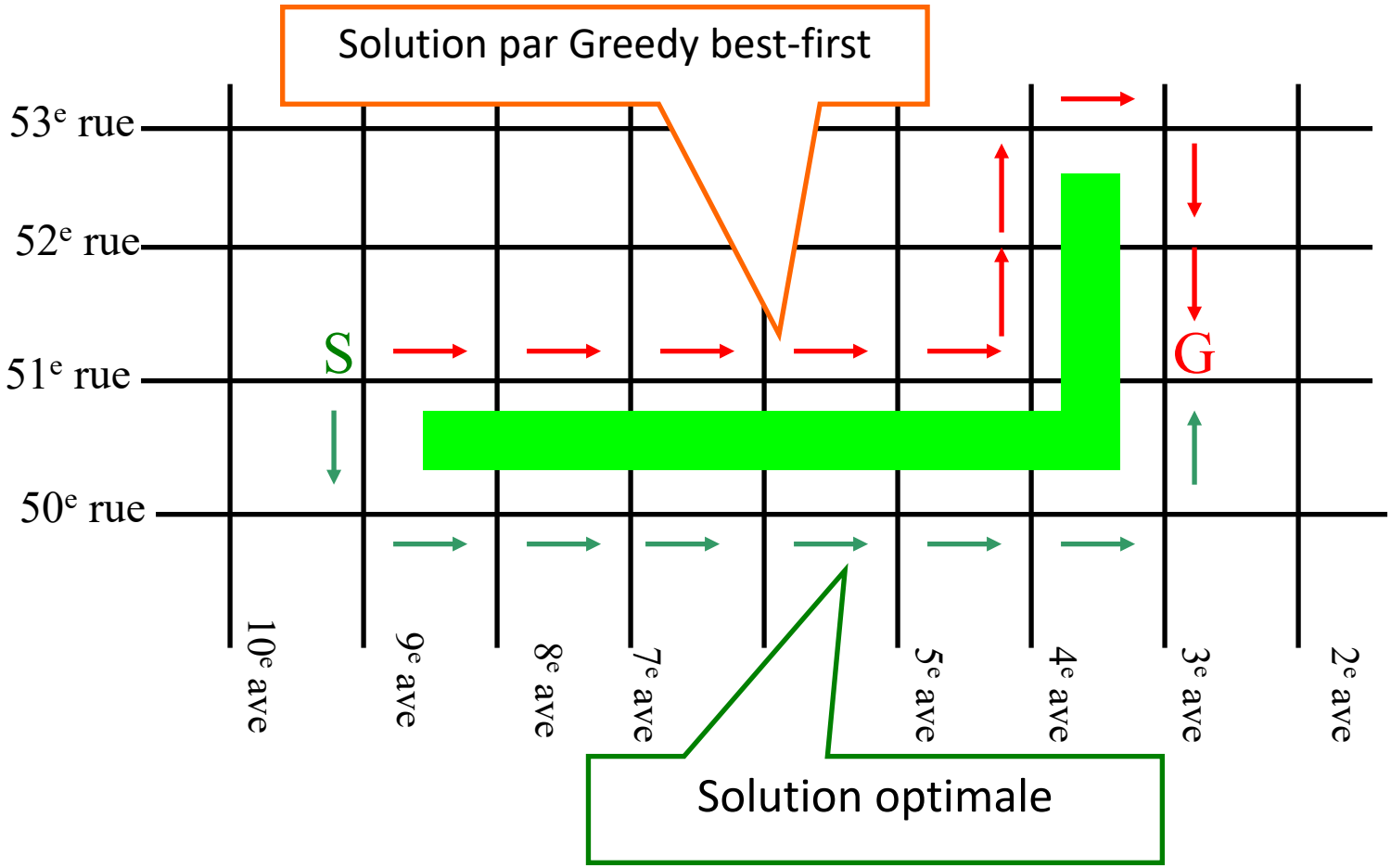
D'autres algorithmes de recherche heuristique

- ***Dijkstra***
  - Cas particulier où $f(n) = g(n)$ (c-à-d., $h(n)=0$).

- *Best-First-Search*
  - variante plus générale où f peut prendre une forme quelconque
  - A* est un cas spécial de *Best-First-Search*, où $f(n) = g(n) + h(n)$

- *Greedy Best-First-Search*
  - c'est un *Best-First-Search* où $f(n) = h(n)$
  - n'est pas garanti de trouver un chemin qui est optimal, mais marche parfois bien en pratique

Non-optimalité de *Greedy best-First Search*



Propriétés de A*

- Si le graphe est fini, A* termine toujours
- Si un chemin vers le but existe, A* va en trouver un
- Si la fonction heuristique *h* retourne toujours un **estimé inférieur ou égal au coût réel à venir**, on dit que *h* est **admissible** :
  - dans ce cas, **A* retourne toujours un chemin optimal**
- *Parfois, on entend par A* la version de l'algorithme avec la condition additionnelle que h soit admissible*
  - A* est alors un *Best-First-Search* où $f(n) = g(n) + h(n)$ **et** $h(n)$ est admissible

Propriétés de A*

- Soit $f^*(n)$ le coût exact (pas un estimé) **du chemin optimal** du nœud initial au nœud but, **passant par *n***
- Soit $g^*(n)$ le coût exact du **chemin optimal entre le nœud initial et le nœud *n***
- Soit $h^*(n)$ le coût exact du **chemin optimal du nœud *n* au nœud but**
- On a donc que $f^*(n) = g^*(n) + h^*(n)$
- **Si l'heuristique est admissible**, pour chaque nœud n exploré par A*, on peut montrer que l'on a toujours $f(n) \leq f^*(n)$

Propriétés de A*

- Si, quelque soit un nœud n_1 et son successeur n_2, nous avons toujours

$$h(n_1) \leq c(n_1,n_2) + h(n_2)$$

où $c(n_1,n_2)$ est le coût de l'arc (n_1,n_2).

On dit alors que *h* est **cohérente** (on dit aussi parfois **monotone** – mais c'est en réalité *f* qui devient monotone). Dans ce cas :

- *h* est aussi admissible
- chaque fois que A* choisit un nœud au début de *Frontière*, cela veut dire que A* a déjà trouvé un chemin optimal vers ce nœud : le nœud ne sera plus jamais revisité!

Propriétés de A*

- Si on a deux heuristiques *admissibles* h_1 et h_2, tel que $h_1(n) < h_2(n)$, alors $h_2(n)$ conduit **généralement (pas toujours!)** plus vite au but : avec h_2, A* explore **en général (pas toujours!)** moins ou autant de nœuds avant d'arriver au but qu'avec h_1
  - C'est une idée répandue, mais fausse, que h_2 serait toujours meilleur. Voir http://www.aaai.org/ocs/index.php/SOCS/SOCS10/paper/viewFile/2073/2500
- Si h n'est pas admissible, soit b la borne supérieure sur la surestimation du coût, c-à-d. on a toujours $h(n) \leq h^*(n) + b$:
  - A* retournera une solution dont le coût est au plus b de plus que le coût optimal, c-à-d., A* ne se trompe pas plus que b sur l'optimalité.

Test sur la compréhension de A*

- Étant donné une fonction heuristique non admissible, l'algorithme A* donne toujours une solution lorsqu'elle existe, mais il n'y a pas de certitude qu'elle soit optimale
  - Vrai
- Si les coûts des arcs sont tous égaux à 1 et la fonction heuristique retourne tout le temps 0, alors A* retourne toujours une solution optimale lorsqu'elle existe
  - Vrai
  - Une idée faussement répandue est que A* se comporte dans ce cas comme une recherché en largeur. Ce n'est pas toujours vrai. Voir http://www.aaai.org/ocs/index.php/SOCS/SOCS10/paper/viewFile/2073/2500
- Lorsque la fonction de transition contient des boucles et que la fonction heuristique n'est pas admissible, A* peut boucler indéfiniment même si l'espace d'états est fini
  - Faux

Test sur la compréhension de A*

- Avec une heuristique monotone, A* n'explore jamais le même état deux fois.
  - Vrai
- Étant donné deux fonctions heuristiques h_1 et h_2 telles que $0 \leq h_1(n) < h_2(n) \leq h^*(n)$, pour tout état n, h_2 est plus efficace que h_1 dans la mesure où les deux mènent à une solution optimale, mais h_2 le fait en explorant autant, sinon moins de nœuds que h_1.
  - Faux (C'est souvent le cas, mais pas toujours)
  - C'est une idée répandue, mais fausse, que h_2 serait toujours meilleur. Voir http://www.aaai.org/ocs/index.php/SOCS/SOCS10/paper/viewFile/2073/2500
- Si $h(n) = h^*(n)$, pour tout état n, l'optimalité de A* est garantie
  - Vrai

Définition générique de f

- Selon le poids que l'on veut donner à l'une ou l'autre partie, on définie *f* comme suit :

$$f(n) = (1-w)*g(n) + w*h(n)$$

où *w* est un nombre réel supérieur ou égal à 0 et inférieur ou égal à 1

- Selon les valeurs qu'on donne à *w*, on obtient des algorithmes de recherche classique :
  - ***Dijkstra*** : *w* = 0 (*f(n) = g(n)*)
  - ***Greedy best-first search*** : *w* = 1 (*f(n) = h(n)*)
  - ***A**** : *w* = 0.5 (*f(n) = g(n) + h(n)*)

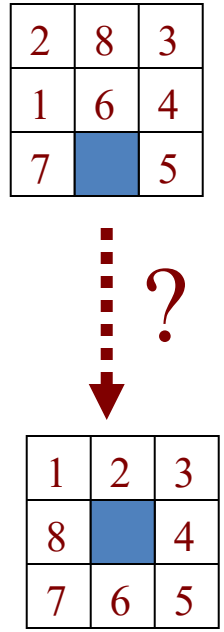
Variantes de A*

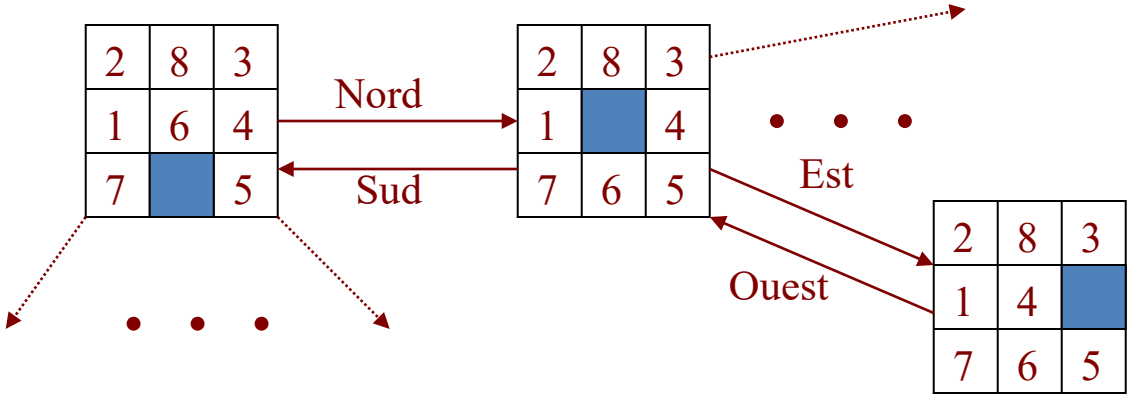
- D* (inventé par Stenz et ses collègues) et Adaptive A* (inventé par Koening et ses collègue)
  - A* dynamique, où le coût des arrêtes peut changer durant l'exécution. Évite de refaire certains calculs lorsqu'il est appelé plusieurs fois pour atteindre le même but, suite à des changements de l'environnement.
- Iterative deepening A*
  - on met une limite sur la profondeur
  - on lance A* jusqu'à la limite de profondeur spécifiée.
  - si pas de solution on augmente la profondeur et on recommence A*
  - ainsi de suite jusqu'à trouver une solution.

- Recursive best-first search (RBFS) et simplified memory-bounded A* (SMA*)
  - variantes de A* qui utilisent moins de mémoire mais peuvent être plus lentes

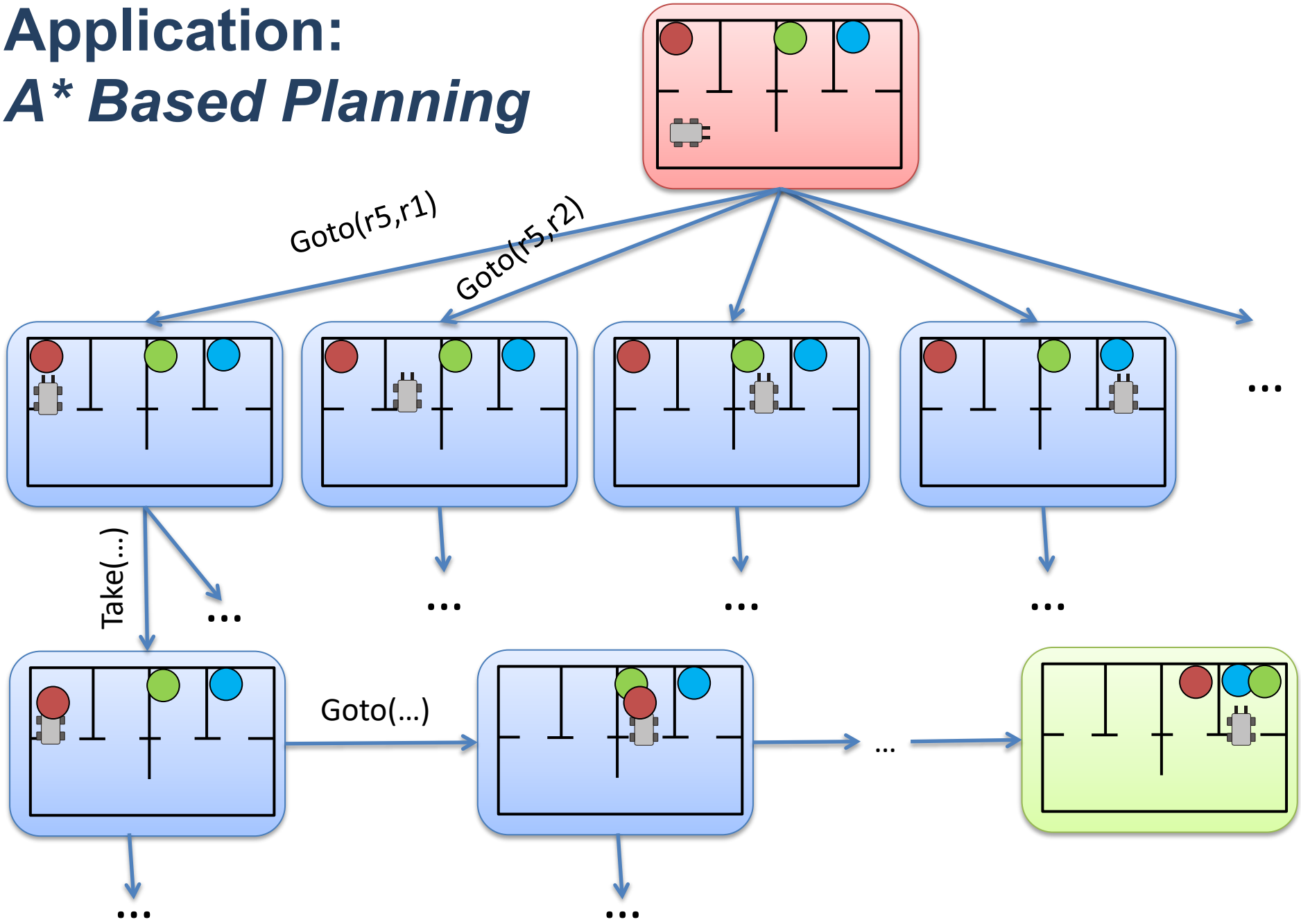
Exemple académique

- 8-puzzle
  - *État* : configuration légale du jeu
  - *État initial* : configuration initiale
  - *État final (but)* : configuration gagnante
  - *Transitions*





Application:
A Based Planning*



Application : planification de trajectoires

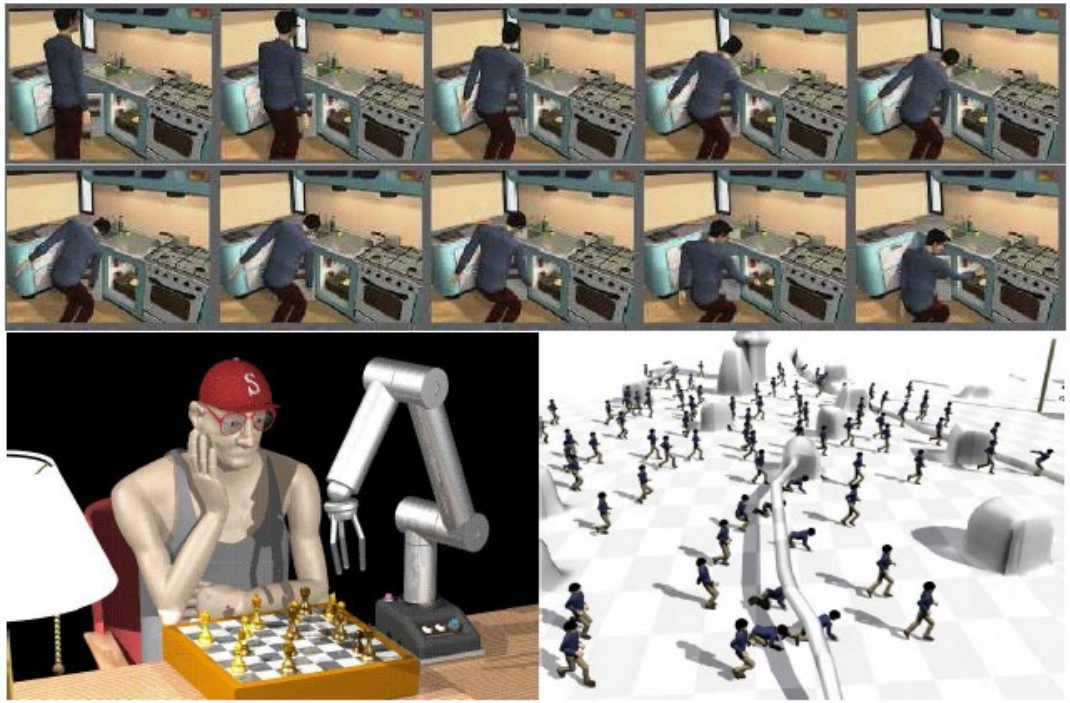


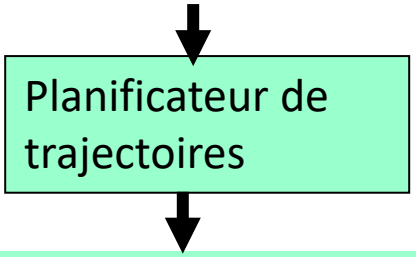
Figure 1.8: Across the top, a motion computed by a planning algorithm, for a digital actor to reach into a refrigerator [499]. In the lower left, a digital actor plays chess with a virtual robot [545]. In the lower right, a planning algorithm computes the motions of 100 digital actors moving across terrain with obstacles [592]. [Steven LaValle. *Planning Algorithms*]

Énoncé du problème de planification de trajectoires

- Calculer une trajectoire géométrique d'un solide articulé sans collision avec des obstacles statiques.

Entrée :

- Géométrie du robot et des obstacles
- Cinétique du robot (degrés de liberté)
- Configurations initiale et finale



Sortie :

- Une séquence continue de configurations rapprochées, sans collision, joignant la configuration initiale à la configuration finale

Cadre générale de résolution du problème

Modélisation de l'environnement – Un problème assez complexe, ayant plusieurs Approches différentes (cours IFT702)

Problème continu

(espace de configuration + contraintes)

↓

Discrétisation

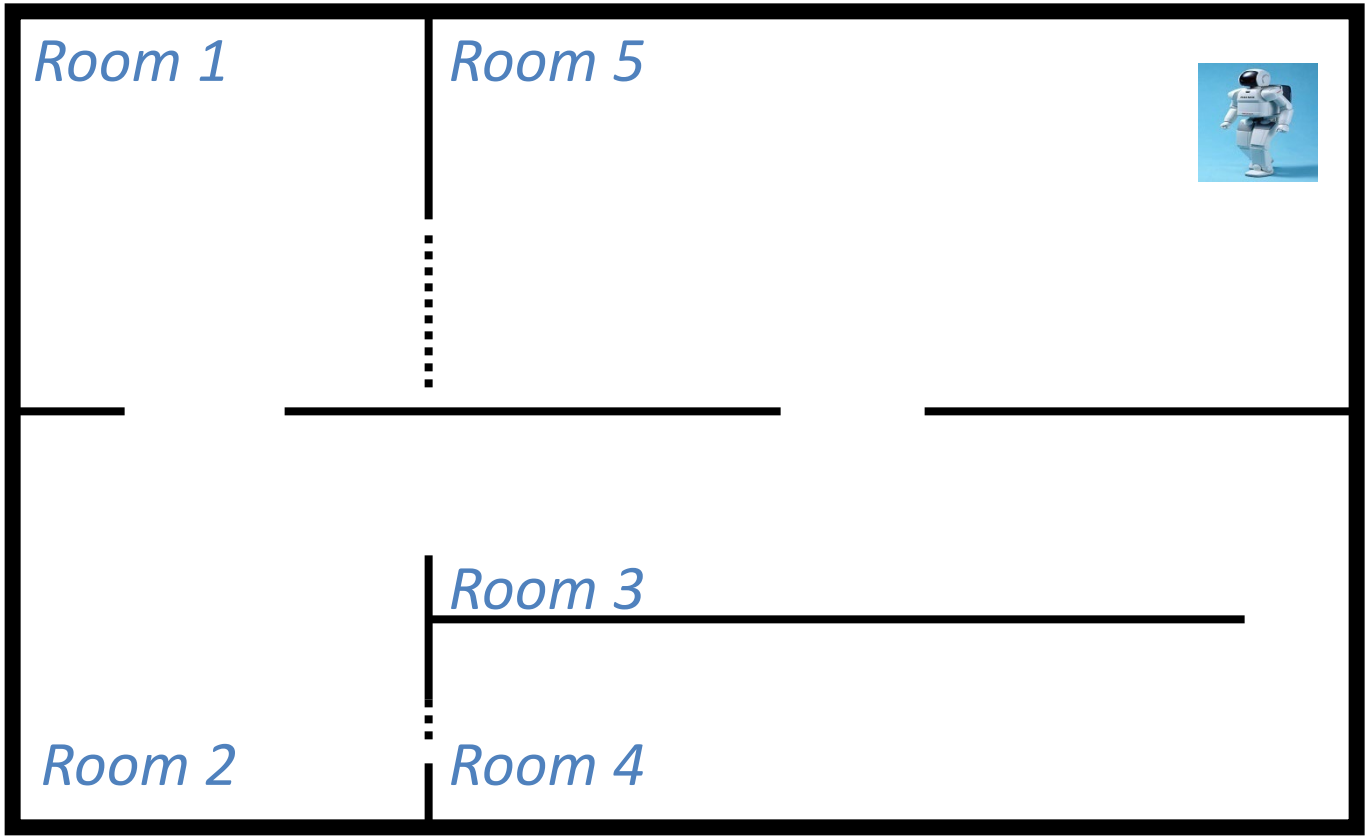
(décomposition, échantillonage)

↓

Recherche heuristique dans un graphe

(A* ou similaire)

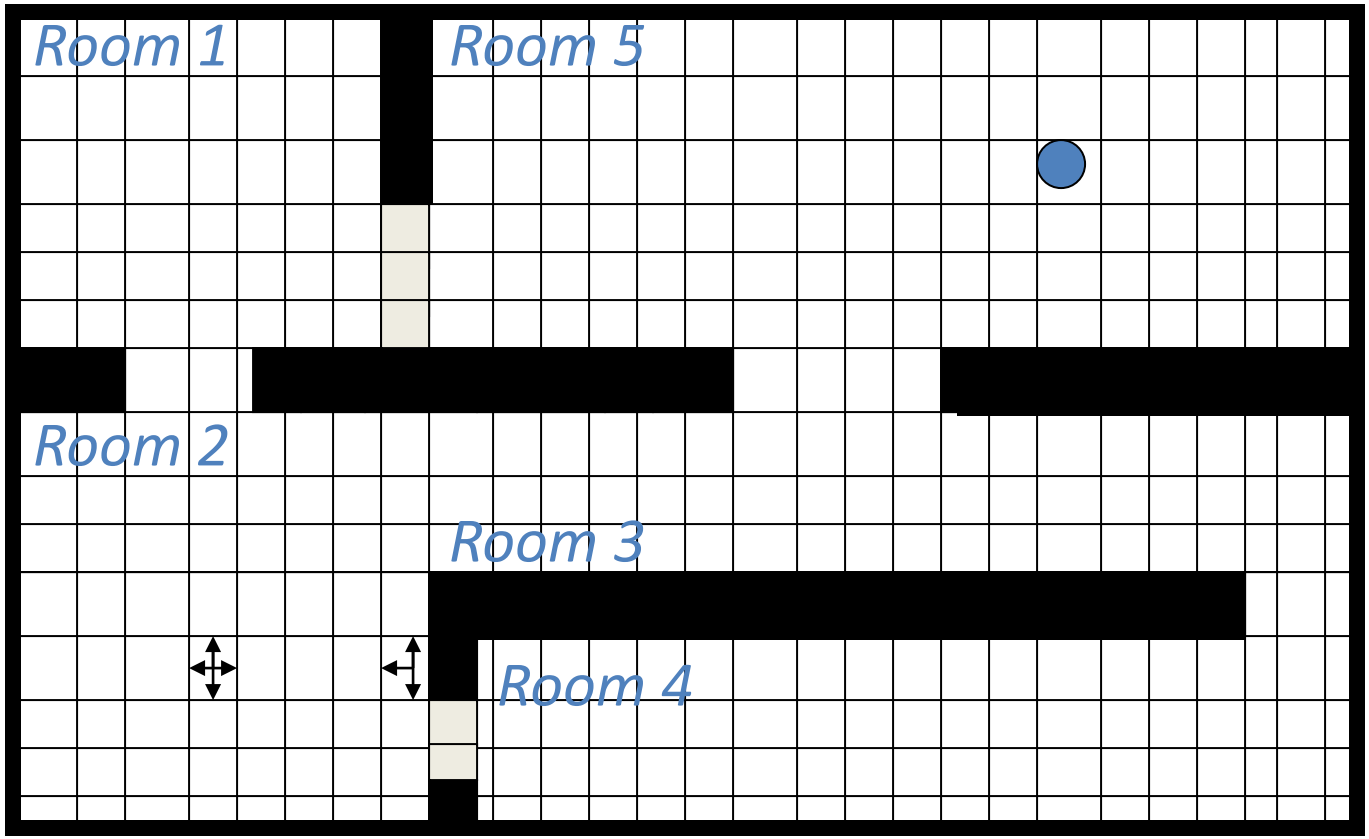
Approche combinatoire par décomposition en cellules



Décomposer la carte en grille (*occupancy grid*) :
4-connected (illustré ici) ou 8-connected.

noeud : case occupée par le robot + orientation du robot

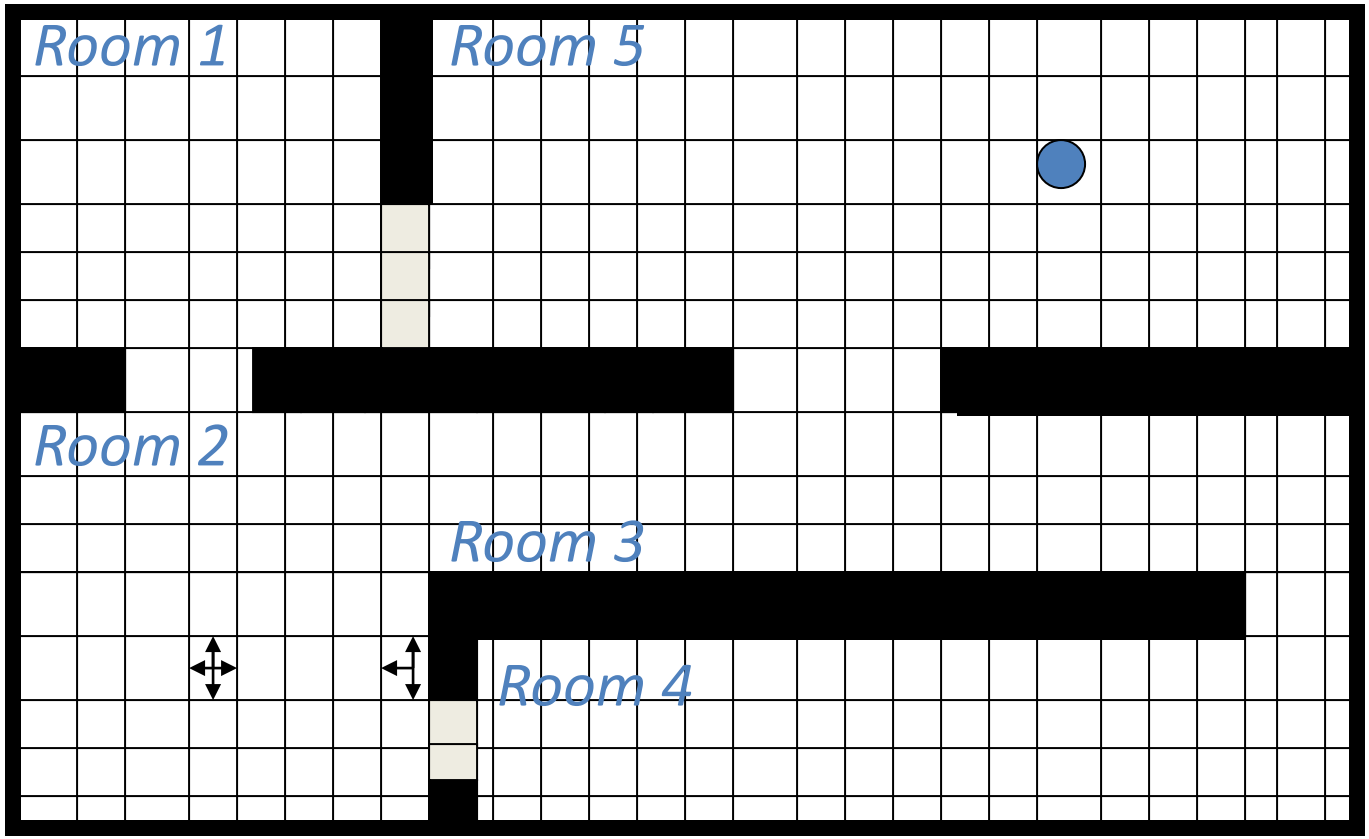
Transitions :
- Turn left
- Turn right
- Go straight ahead



Heuristiques **:**

- Distance euclidienne, durée du voyage
- Consommation d'énergie ou coût du billet
- Degré de danger (chemin près des escaliers, des ennemis).

Go east =
(Turn right) +
Go straight ahead

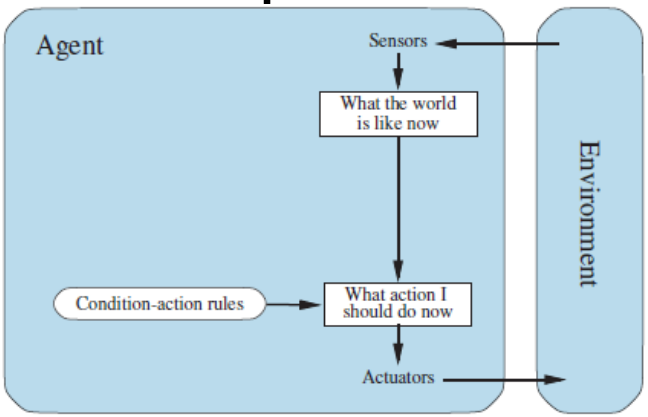


Conclusion

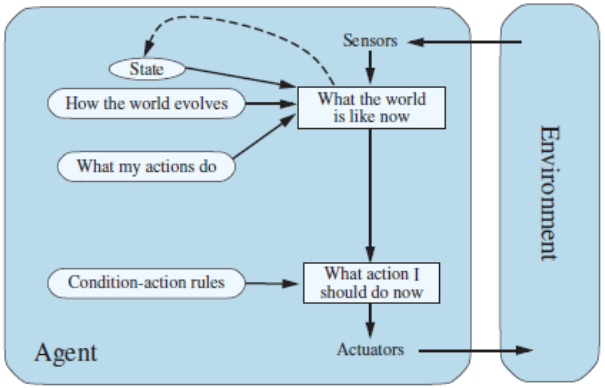
- La recherche heuristique est une approche fondamentale en IA
  - elle est assez flexible pour être appliquée à plusieurs problèmes
- A* est l'algorithme de recherche heuristique le plus connu et répandu
- Il a l'avantage d'avoir de garanties théoriques potentiellement intéressantes
- Par contre, le succès de A* dépend beaucoup de la qualité de l'heuristique $h(n)$ que l'on définit
  - une mauvaise heuristique peut augmenter considérablement les temps de calcul et l'espace mémoire nécessaire

Recherche heuristique pour quel type d'agent?

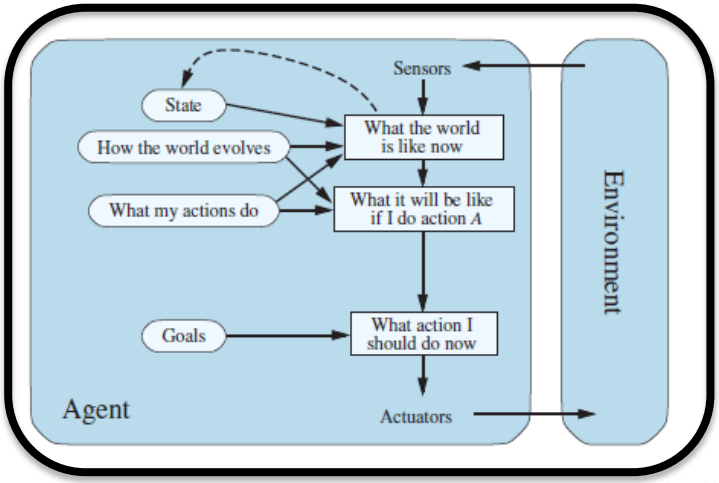
Simple reflex



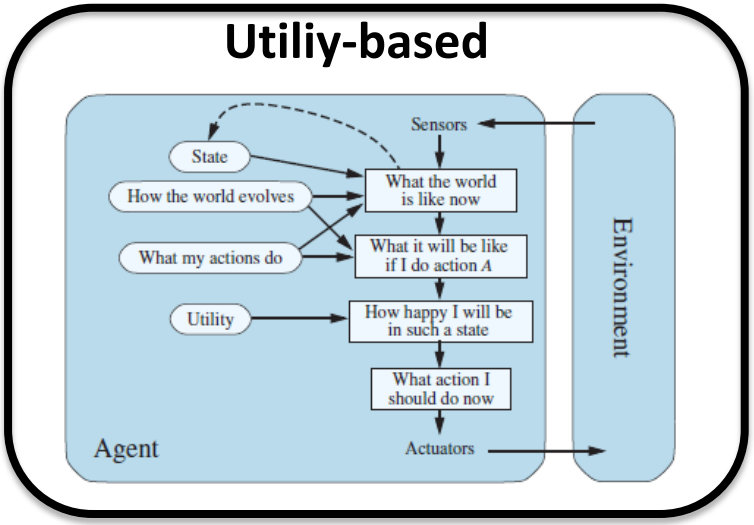
Model-based reflex



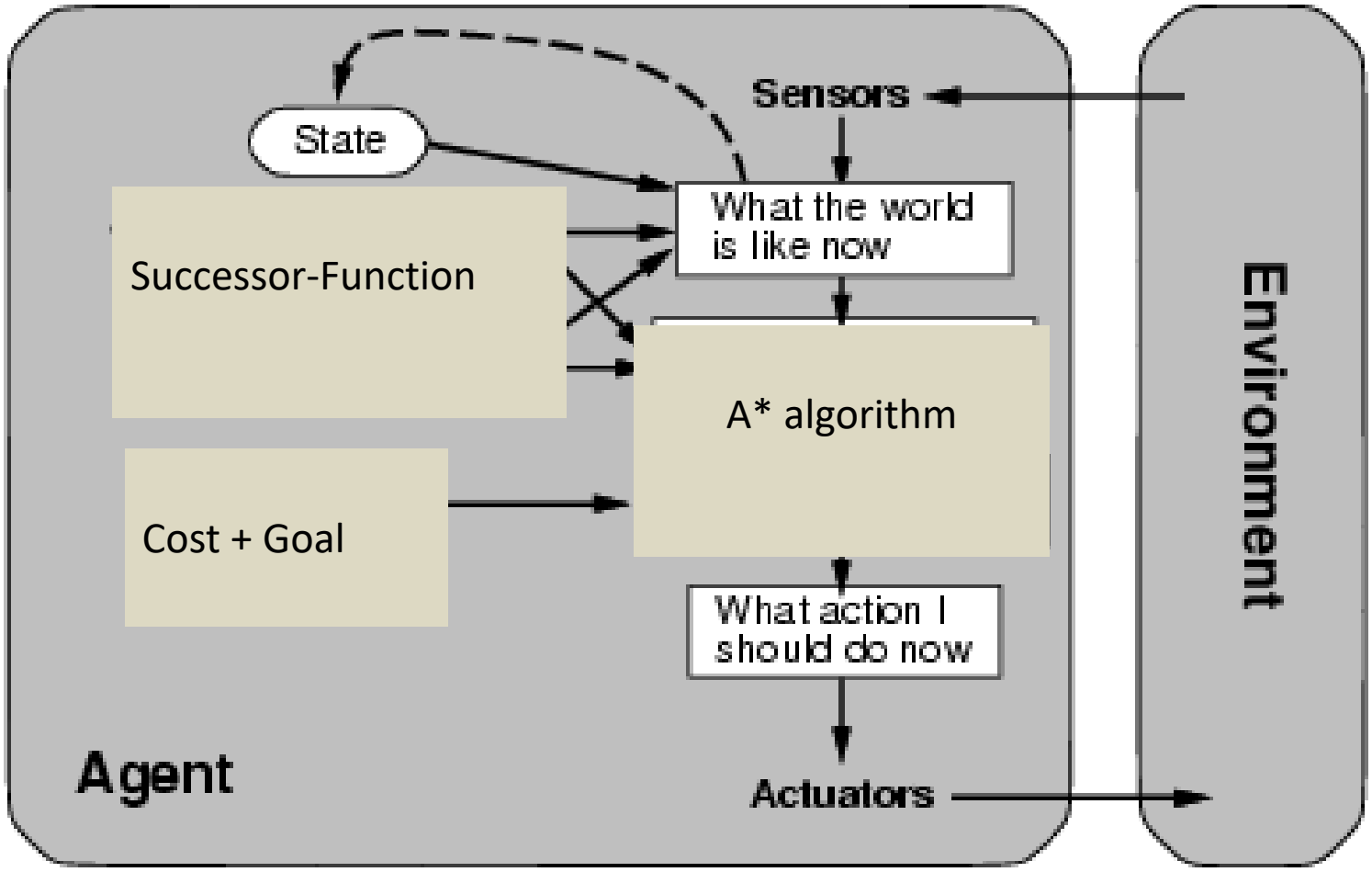
Goal-based



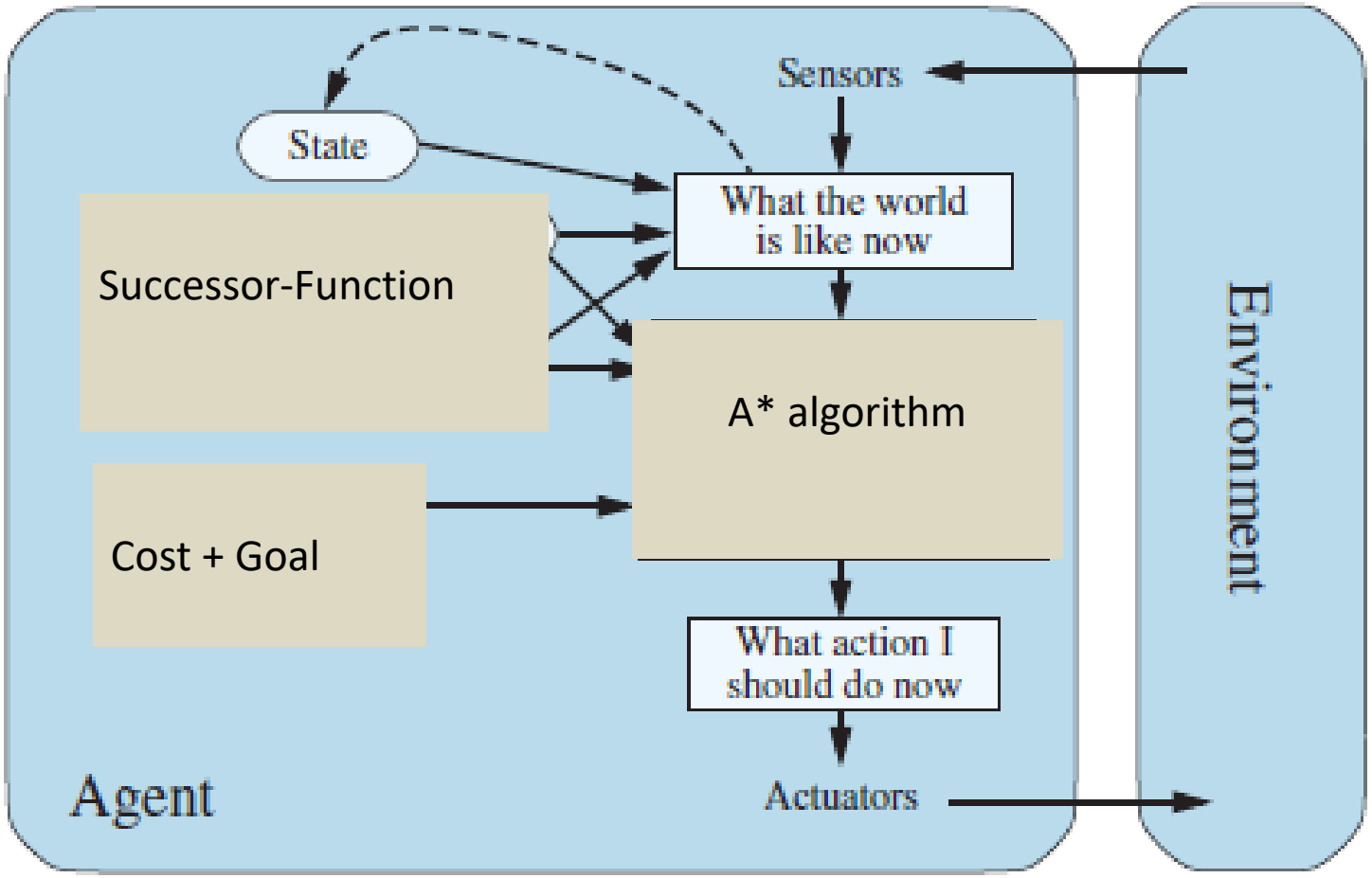
Utiliy-based



A* Utility-based agents



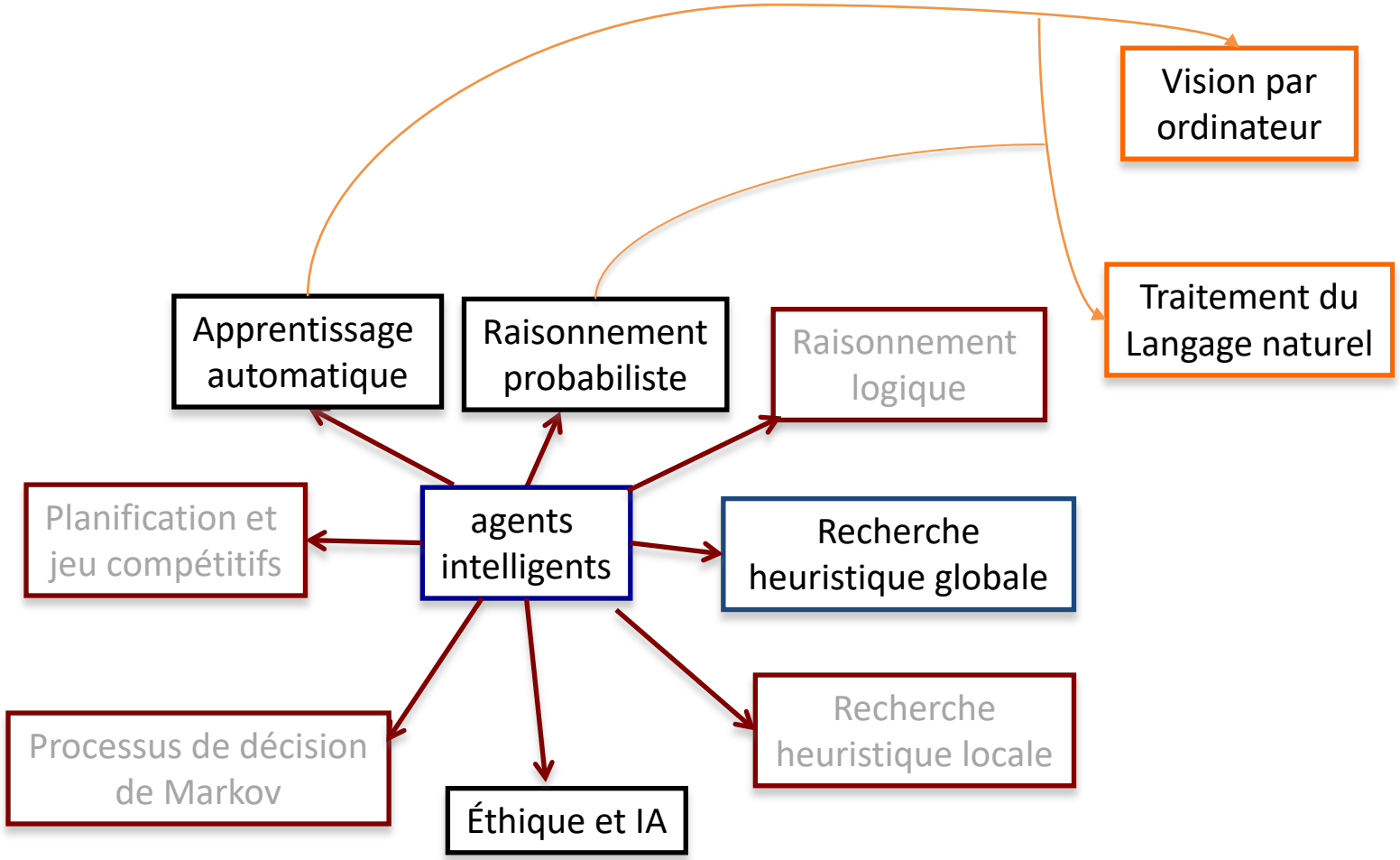
A* Utility-based agents



Sujets couverts par le cours

Concepts et algorithmes

Applications



Vous devriez être capable de...

- Comprendre le concept de recherche heuristique
  - qu'est-ce qu'une heuristique?
- Comprendre les différents concepts derrière A*
  - fonctions $f(n)$, $g(n)$ et $h(n)$, ainsi que $f^*(n)$, $g^*(n)$ et $h^*(n)$
- Identifier une heuristique admissible ou monotone
- Décrire les propriétés théoriques de A*
- Programmer/simuler l'exécution de A*
- Comprendre le concept d'état de croyance

LA PARTIE SUIVANTE N'EST PAS COUVERTE PAR L'EXAMEN

Planification conformant

ESPACE DE CROYANCE

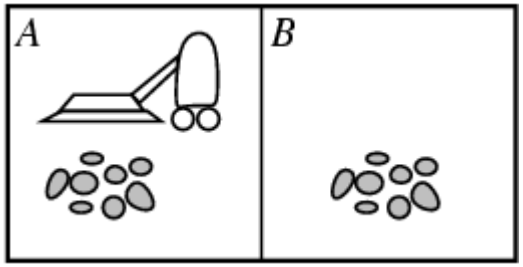
Planification conformante

- L'agent n'a aucun capteur. Il ne sait pas précisément dans quel état il se trouve. Il n'a aucun moyen d'observer les effets de ses actions. Il doit malgré tout attendre le but.

  - Dans ce cas, on dit qu'on a affaire à un problème de planification conformant. Autrement, planification sous **observabilité nulle** (de l'état et des effets d'actions).

- On pourrait penser que c'est sans espoir, mais dans certains cas on peut résoudre des problèmes intéressants.

Exemple (*Vacuum World*)

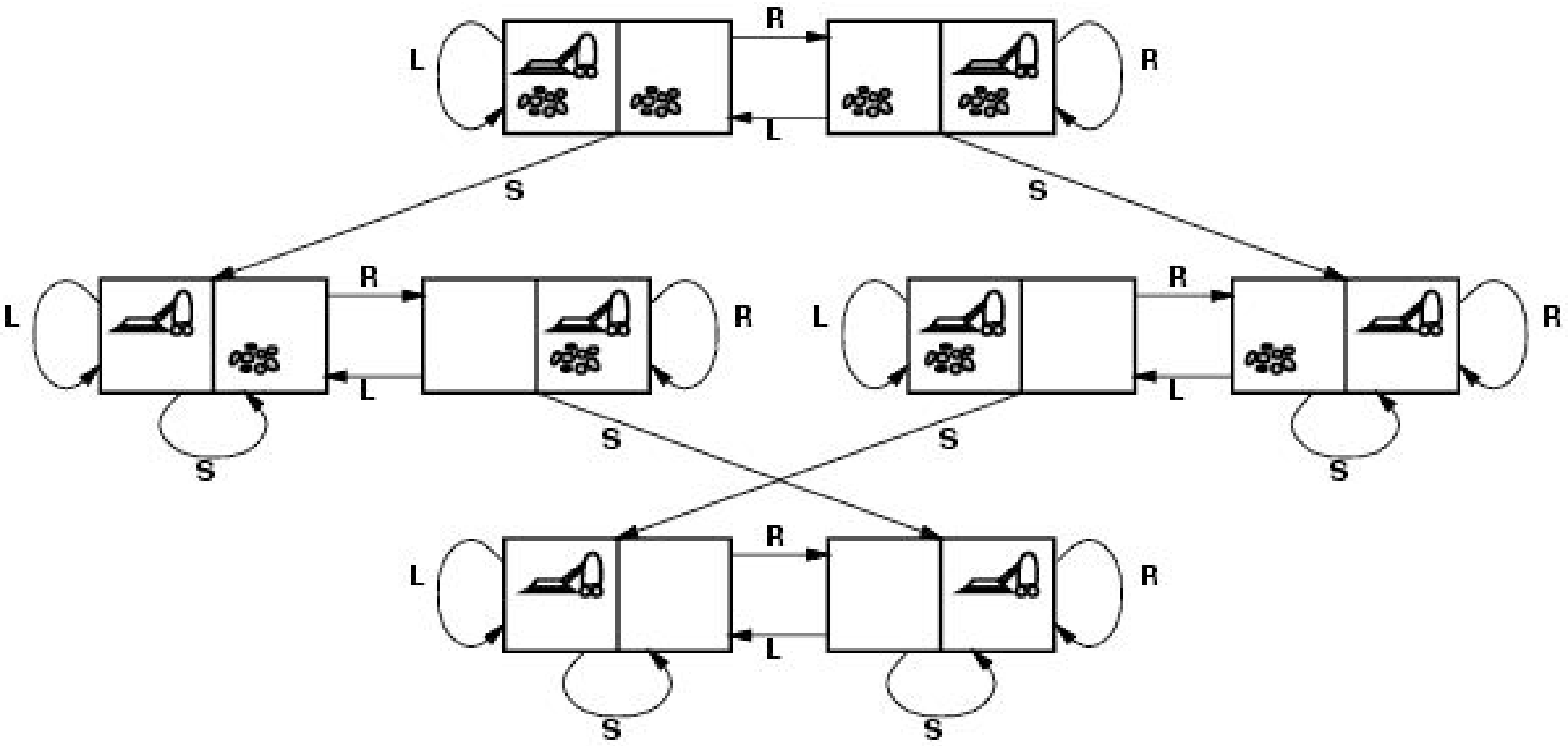


- Avec capteurs, on aurait des données sensorielles : position et état des lieux

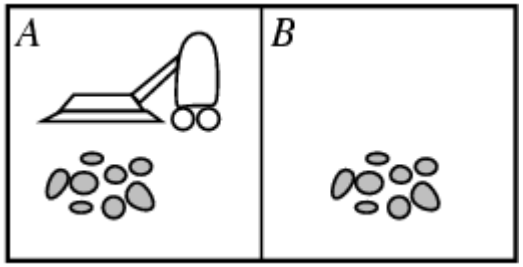
  Par exemple : [*A*,*Clean*],
  [*A*,*Dirty*],
  [*B*,*Clean*],

- Actions : *Left*, *Right*, *Suck*, *NoOp*

Espace d'états avec capteurs



Exemple (*Vacuum World*)



- Sans capteurs, le robot ne sait pas dans quelle pièce le robot est, ou si la pièce est salle ou non.
- Les actions sont inchangées : *Left*, *Right*, *Suck*, *NoOp*
- Comment planifier pour qu'il fasse quand même le travail?
  - Réponse: explorer l'**espace des croyances**

Espace des croyances