IFT 608 / IFT 702
Planification en intelligence artificielle

Rappel:
Apprentissage par renforcement

Professeur: Froduald Kabanza

Assistants: D'Jeff Nkashama & Jordan Félicien Masakuna

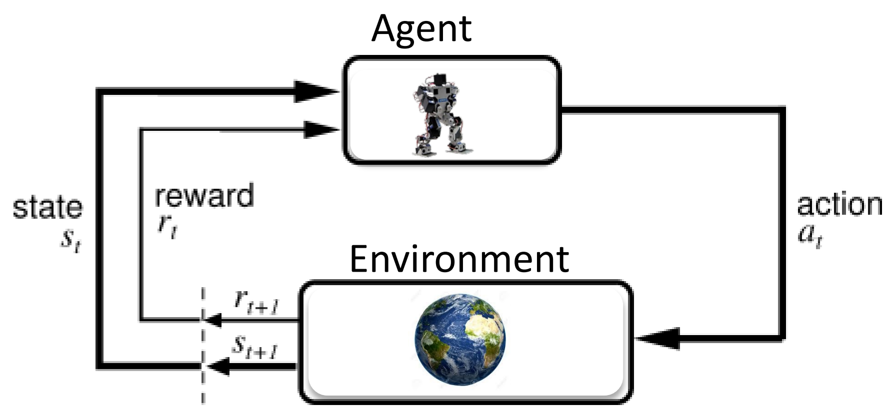
Université de Sherbrooke

Sujets couverts

- Apprentissage par renforcement passif (prédiction)
  - méthode par estimation directe
  - méthode par programmation dynamique adaptative (PDA)
  - méthode par différence temporelle (TD)
- Apprentissage par renforcement actif
  - méthode PDA active
  - méthode TD active
  - méthode *Q-learning*

Cadre général de l'apprentissage par renforcement

- L'**apprentissage par renforcement** s'intéresse au cas où l'agent doit apprendre à agir seulement **à partir des récompenses** ou **renforcements**

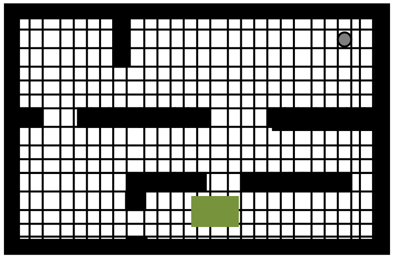


- Données du problème d'apprentissage:
  - L'agent **agit** sur son environnement
  - Reçoit une retro-action sous-forme de **récompense (renforcement)**
  - Son **but** est de maximiser la somme des recompenses espérés

$$s_0 \xrightarrow[r_0]{a_0} s_1 \xrightarrow[r_1]{a_1} s_2 \xrightarrow[r_2]{a_2} \cdots$$

- Objectif: **Apprendre** à maximiser la somme des recompenses

$$r_0 + \gamma r_1 + \gamma^2 r_2 + \cdots, \quad \text{avec } 0 \leq \gamma \leq 1 \text{ et } r_i < R_{max}$$



Cadre général

Maximiser $r_0 + \gamma r_1 + \gamma^2 r_2 + \ldots$, avec $0 \le \gamma \le 1$

Agent

Politique

$\pi(s,a)$

Action a

$a_1 \rightarrow a_2 \rightarrow \ldots a_t$

$$U^{\pi}(s) = \Sigma_{s' \in S} P(s'|s, \pi(s)) [R(s, \pi(s), s') + \gamma U^{\pi}(s')]$$

$$U(s) = \max_{a \in A(s)} \sum_{s' \in S} P(s'|s,a) [R(s,a,s') + \gamma U(s')]$$

$$Q(s,a) = \sum_{s' \in S} P(s'|s,a) [R(s,a,s') + \gamma \max Q(s',a')]$$

$$\pi^*(s) = \operatorname*{argmax}_{a \in A(s)} Q(s,a) = \operatorname*{argmax}_{a \in A(s)} \sum_{s' \in S} P(s'|s,a) [R(s,a,s') + \gamma U(s')]$$

Récompense *r*

$r_1 \rightarrow r_2 \rightarrow \ldots r_t$

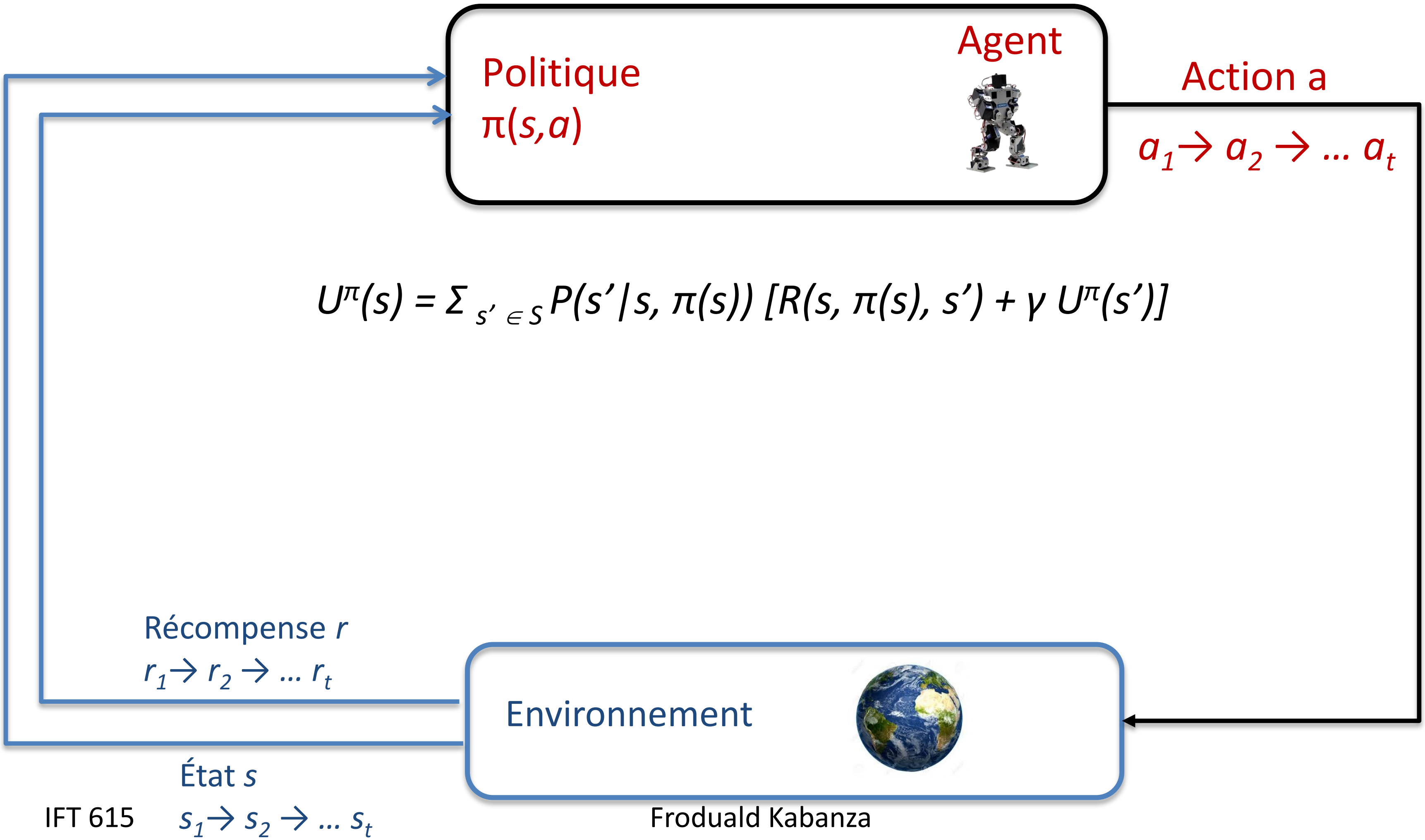
Environnement

État *s*

$s_1 \rightarrow s_2 \rightarrow \ldots s_t$

Évaluer une politique

- Étant donné π, on peut calculer $U^{\pi}(s)$ par *résolution du système d'équations, modified policy iteration,* ou *asynchronous policy iteration.*



$$U^{\pi}(s) = \Sigma_{s' \in S} P(s' | s, \pi(s)) \, [R(s, \pi(s), s') + \gamma \, U^{\pi}(s')]$$

Calculer une politique optimale

- Étant donné $P(s'|s,a)$ et $R(s)$, on peut calculer une politique optimale π par *value-iteration ou policy iteration.*

Politique

$\pi(s,a)$

Agent

Action a

$a_1 \rightarrow a_2 \rightarrow \ldots a_t$

$$U(s) = \max_{a \in A(s)} \sum_{s' \in S} P(s'|s,a) \, [\, R(s,a,s') + \gamma \, U(s') \,]$$

$$Q(s,a) = \sum_{s' \in S} P(s'|s,a) \, [\, R(s,a,s') + \gamma \max Q(s',a') \,]$$

$$\pi^*(s) = \operatorname{argmax}_{a \in A(s)} Q(s,a) = \operatorname{argmax}_{a \in A(s)} \sum_{s' \in S} P(s'|s,a) \, [\, R(s,a,s') + \gamma \, U(s') \,]$$

Récompense *r*

$r_1 \rightarrow r_2 \rightarrow \ldots r_t$

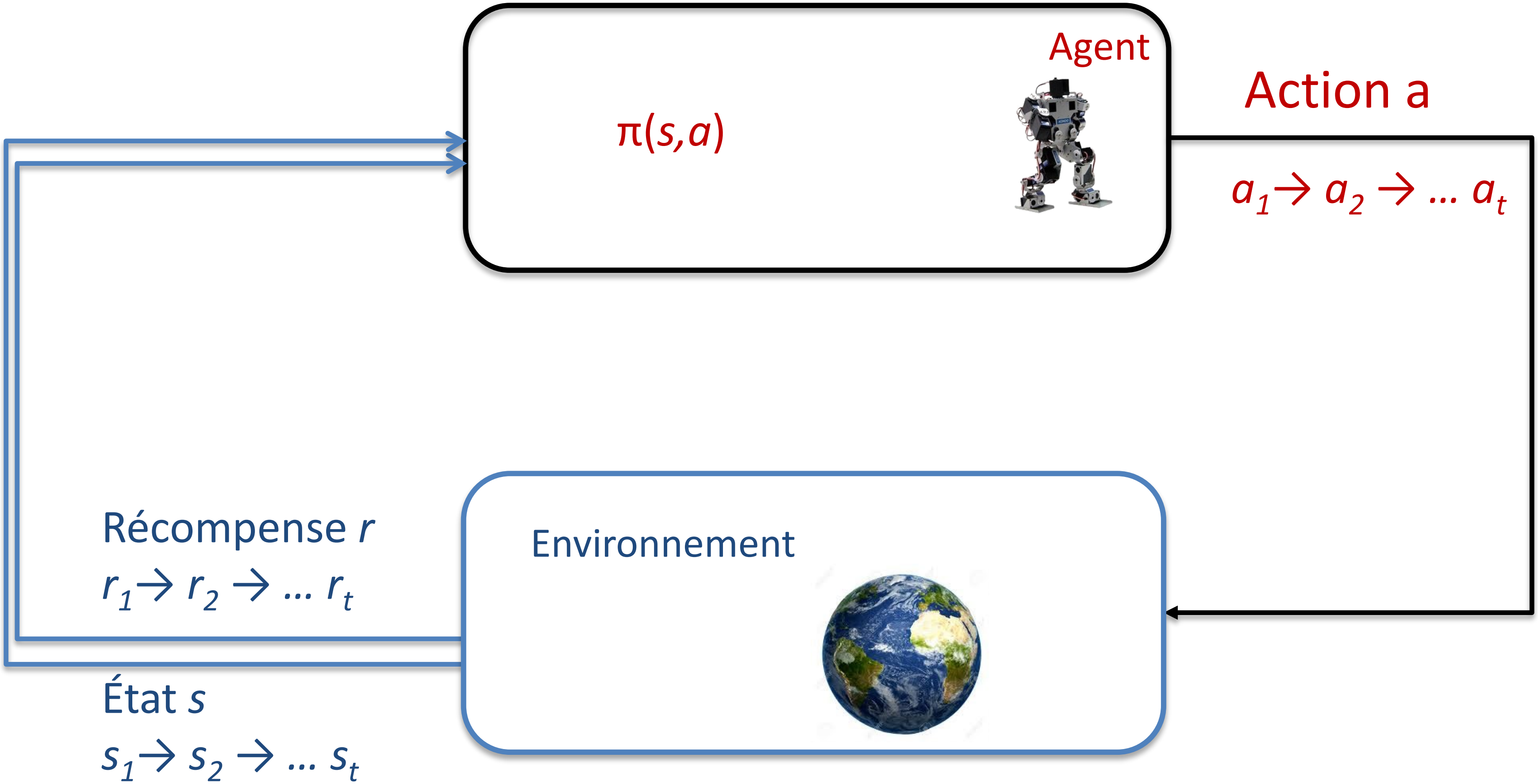
Environnement

État *s*

$s_1 \rightarrow s_2 \rightarrow \ldots s_t$

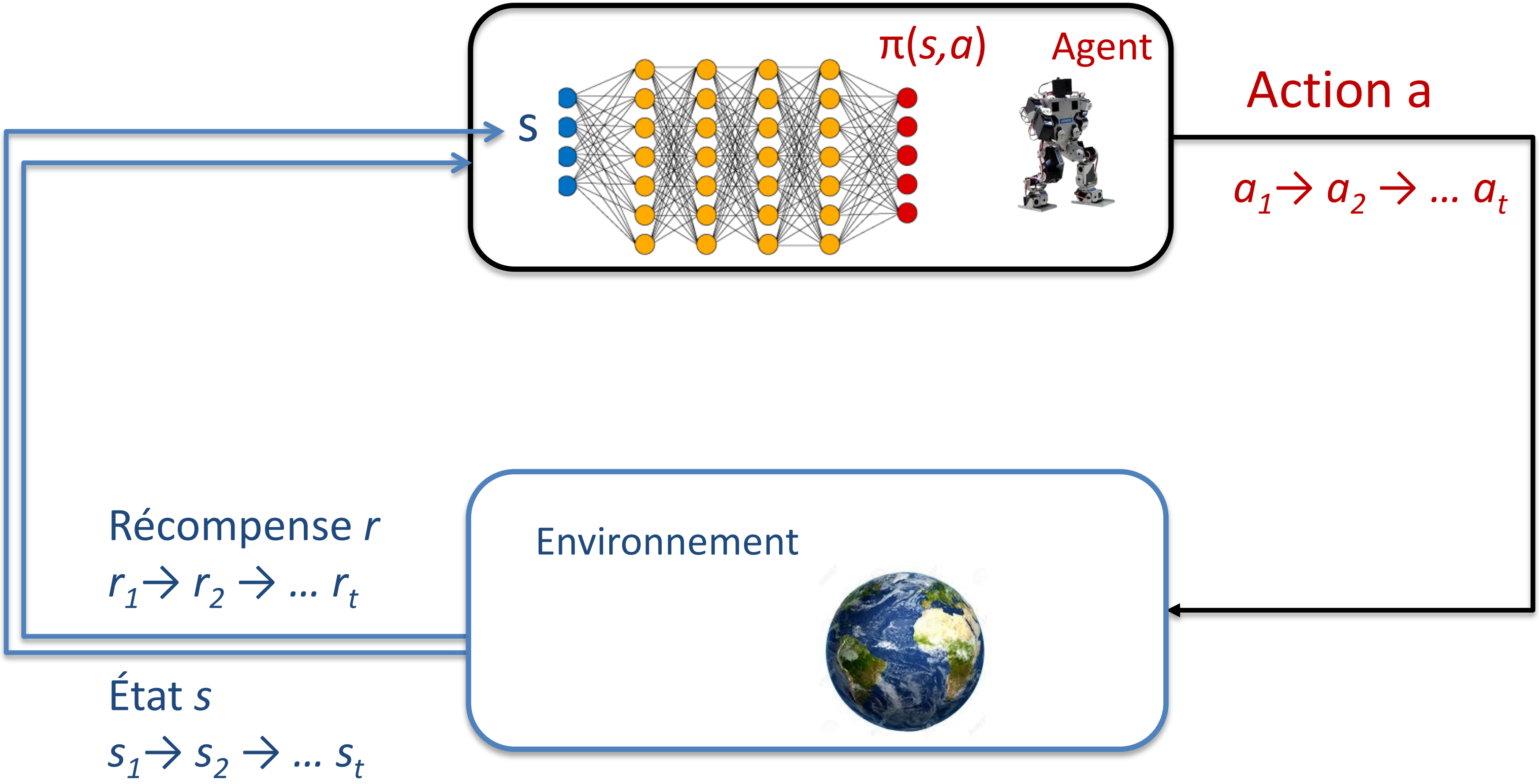
Apprentissage par renforcement

- Sans $P(s'|s, a)$ ou $R(s)$, on peut apprendre une politique optimale π par *l'apprentissage par renforcement.* Dans ce cours, on voit *Q-Learning et SARSA*



Apprentissage par renforcement profond

- Avec *l'apprentissage par renforcement profond,* la politique est représentée par un réseau de neurones.



Deux cas considérés

- Apprentissage passif (prédiction)
  - L'agent a une ***politique fixe***
  - Essaie d'***apprendre l'utilité des états*** en observant l'occurrence des états
  - Similaire à l'évaluation d'une politique
    - Sert souvent de composante à l'apprentissage active
    - Inspire souvent des algorithmes d'apprentissage active

- Apprentissage actif
  - L'agent ***essaie de trouver une bonne politique*** en agissant dans l'environnement
  - Similaire à résoudre le Processus de Décision de Markov (PDM) sous-jacent à cet environnement
    - Mais sans avoir le modèle correspondant

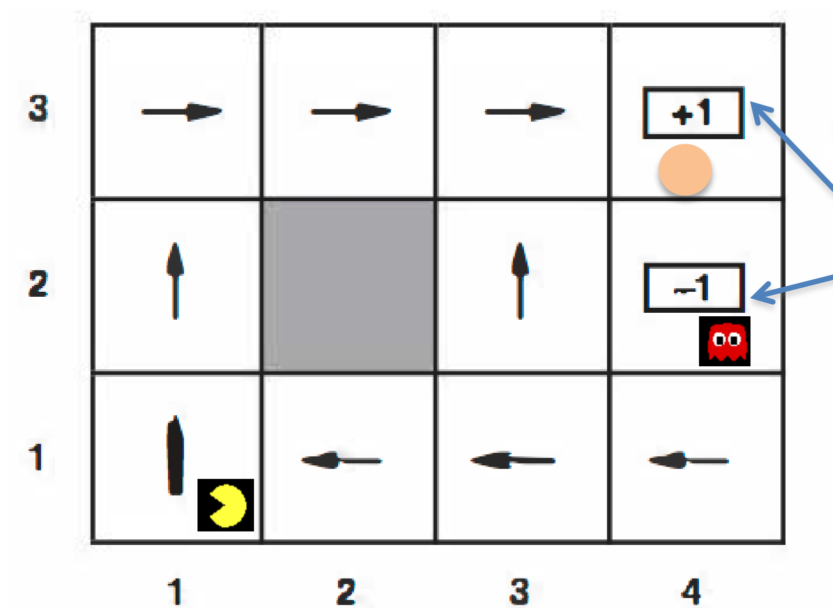
Apprentissage passif (prédiction)

- Apprentissage passif (prédiction)
  - L'agent a une ***politique fixe***
  - Essaie d'***apprendre l'utilité des états*** en observant l'occurrence des états
  - Similaire à l'évaluation d'une politique

Apprentissage passif

- **Définition**: soit un plan π donné, apprendre la fonction de valeur sans connaître *P*(*s’*|*s*, a)

- **Exemple illustratif**: déplacement sur une grille 3 x 4
  - plan π illustré par les flèches
  - *R*(*s*) = -0.04 partout sauf aux états terminaux
  - l’environnement est stochastique
  - l’agent arrête aux états terminaux
  - on suppose γ=1



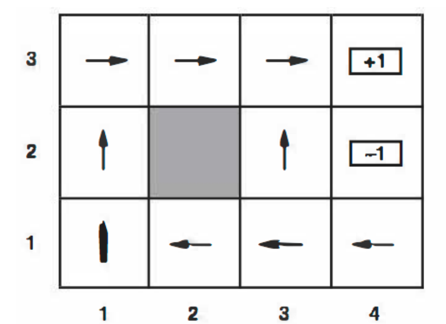
états terminaux

Apprentissage passif

- **Définition**: soit un plan π donné, apprendre la fonction de valeur sans connaître *P*(*s'*|*s*, a)
- Puisqu'on ne connaît pas *P*(*s'*|*s*, a) on doit apprendre à partir d'**essais**

1. $(1,1) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,2) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-0.4} (1,2) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-.04} (2,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-.04} (3,3) \xrightarrow[\text{Right}]{+1} (4,3)$
2. $(1,1) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,2) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-.04} (2,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-.04} (3,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-.04} (3,2) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (3,3) \xrightarrow[\text{Right}]{+1} (4,3)$
3. $(1,1) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (2,1) \xrightarrow[\text{Left}]{-.04} (3,1) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (3,2) \xrightarrow[\text{Right}]{-1} (4,2)$

- Comment estimer la fonction de valeurs *U(s)* à partir de ces essais?
- Trois approches:
  - *Estimation directe*
  - *Programmation dynamique adaptative*
  - *Différence temporelle*

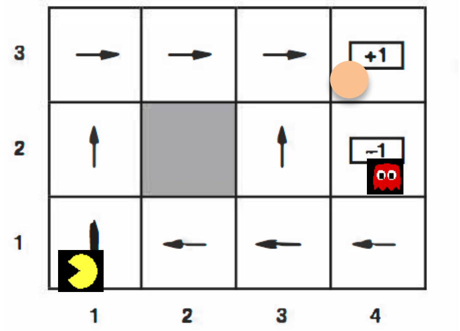


Approche par estimation directe

- Approche la plus simple: **calculer la moyenne de ce qui est observé** dans les essais
- Essais

1. $(1,1) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,2) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-0.4} (1,2) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-.04} (2,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-.04} (3,3) \xrightarrow[\text{Right}]{+1} (4,3)$
2. $(1,1) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,2) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-0.4} (2,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-.04} (3,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-.04} (3,2) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (3,3) \xrightarrow[\text{Right}]{+1} (4,3)$
3. $(1,1) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (2,1) \xrightarrow[\text{Left}]{-.04} (3,1) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (3,2) \xrightarrow[\text{Right}]{-1} (4,2)$

- Estimation de $U^{\pi}((1,1))$
  - dans l'essai 1, la somme des récompenses à partir de (1,1) est 0.76
  - dans l'essai 2, on obtient également 0.76
  - dans l'essai 3, on obtient plutôt -1.12
  - l'estimation directe de $U((1,1))$ est donc $(0.76+0.76-1.12)/3 \approx 0.133$

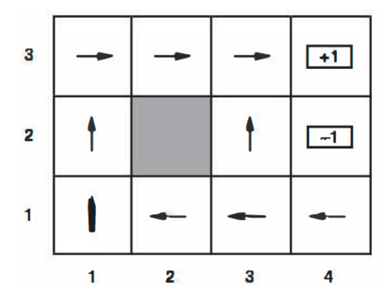


Approche par estimation directe

- Approche la plus simple: **calculer la moyenne de ce qui est observé** dans les essais
- **Essais**

1. $(1,1) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,2) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-0.4} (1,2) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-.04} (2,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-.04} (3,3) \xrightarrow[\text{Right}]{+1} (4,3)$
2. $(1,1) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,2) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-0.4} (2,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-.04} (3,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-.04} (3,2) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (3,3) \xrightarrow[\text{Right}]{+1} (4,3)$
3. $(1,1) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (2,1) \xrightarrow[\text{Left}]{-.04} (3,1) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (3,2) \xrightarrow[\text{Right}]{-1} (4,2)$

- Estimation de U^{π}((1,2))
  - dans l'essai 1, l'état (1,2) est visité deux fois, avec des sommes de récompenses à partir de (1,2) de 0.8 et 0.88
  - dans l'essai 2, on observe 0.8
  - l'essai 3 ne visite pas (1,2)
  - l'estimation directe de U^{π}((1,2)) est donc $(0.8+0.88+0.8)/3 \approx 0.826$



Approche par estimation directe

- **Essais**

  1. $(1,1) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,2) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-0.4} (1,2) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-.04} (2,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-.04} (3,3) \xrightarrow[\text{Right}]{+1} (4,3)$
  2. $(1,1) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,2) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-0.4} (2,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-.04} (3,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-.04} (3,2) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (3,3) \xrightarrow[\text{Right}]{+1} (4,3)$
  3. $(1,1) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (2,1) \xrightarrow[\text{Left}]{-.04} (3,1) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (3,2) \xrightarrow[\text{Right}]{-1} (4,2)$

- L'estimation directe **ignore les liens entre les états**: elle manque d'occasion d'apprentissage

  - Par exemple, bien que l'essai 1 ne dit rien sur (3,2), elle nous apprend que (3,3) a une valeur élevée

  - On pourrait également déduire que (3,2) a une valeur élevée, puisque (3,2) est adjacent à (3,3)

- Autrement dit, on ignore les contraintes entre les utilités des états, telles que données par l'équation

$$U^{\pi}(s) = \Sigma_{s' \in S} P(s' | s, \pi(s)) \, [R(s, \pi(s), s') + \gamma \, U^{\pi}(s')]$$

Approche par programmation dynamique adaptative

- Idée derrière la **programmation dynamique adaptative** (PDA)
  - tirer profit des équations de la fonction de valeur pour estimer $U(s)$

- L'approche par PDA **n'apprend pas directement *U*(*s*)**, mais apprend plutôt le modèle de transition $P(s'|s, a)$
  - étant donnée une estimation de $P(s'|s, a)$, on peut alors calculer $U^{\pi}(s)$
  - on obtient alors notre estimation de $U(s)$

- On peut estimer $P(s'|s, a)$ à partir des fréquences des transitions observées:

$$P(s'|s,a) = \frac{\sum_{\text{essais}} N_{s'|sa}}{\sum_{\text{essais}} N_{sa}}$$

nb. de transitions de *(s,a,s')* dans l'essai

nb. de fois que l'action *a* est choisi dans l'état *s* dans l'essai

somme sur tous les essais

Approche par programmation dynamique adaptative

function PASSIVE-ADP-LEARNER($percept$) **returns** an action
  inputs: $percept$, a percept indicating the current state s' and reward signal r
  persistent: π, a fixed policy
    mdp, an MDP with model P, rewards R, actions A, discount γ
    U, a table of utilities for states, initially empty
    $N_{s'|s,a}$, a table of outcome count vectors indexed by state and action, initially zero
    s, a, the previous state and action, initially null

  if s' is new **then** $U[s'] \leftarrow 0$
  if s is not null **then**
    increment $N_{s'|s,a}[s, a][s']$
    $R[s, a, s'] \leftarrow r$
    add a to $A[s]$
    $\mathbf{P}(\cdot \mid s, a) \leftarrow$ NORMALIZE($N_{s'|s,a}[s, a]$) ← P(t|s,a) = $N_{s'|s,a}$ [t,s,a]/N_{sa}[s,a]
    $U \leftarrow$ POLICYEVALUATION(π, U, mdp)
    $s, a \leftarrow s', \pi[s']$
    return a

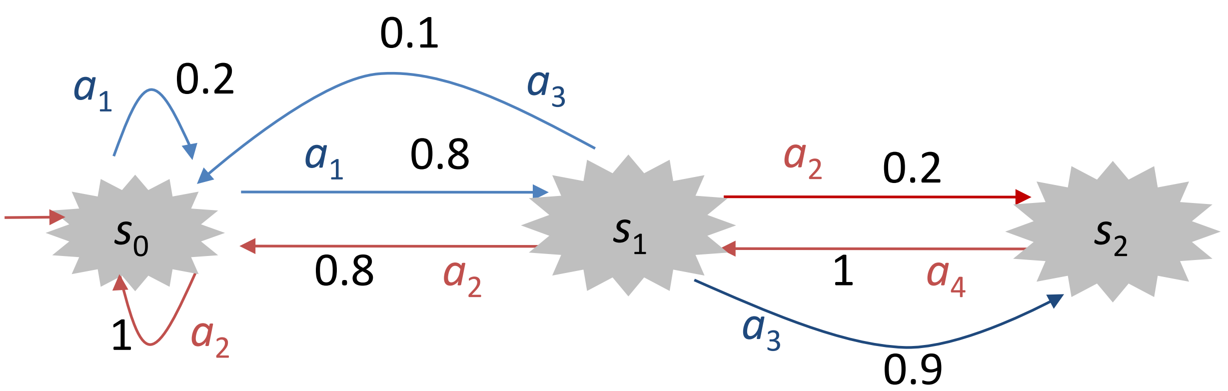
Résoudre

$$U^{\pi}(s) = \Sigma_{s' \in S} P(s'|s, \pi(s)) \, [R(s, \pi(s), s') + \gamma \, U^{\pi}(s')]$$

Ou *modified-policy-iteration*
Ou asynchronous policy-iteratiion

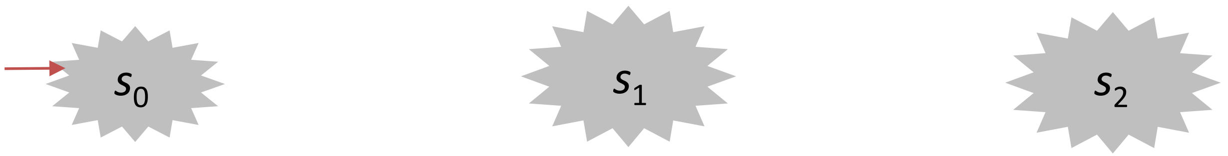
Approche par programmation dynamique adaptative

- Exemple (**avec état terminal**)



- MDP à 3 états: $S = \{s_0, s_1, s_2\}$
- Fonction de récompense: $R(s_0) = -0.1$, $R(s_1)= -0.1$, $R(s_2) = 1$
  - R(s,a,s') = R(s')
- Le facteur d'escompte est γ=0.5
- s_2 est un état terminal, s_0 est l'état initial
- Plan suivi: $\pi(s_0) = a_1$, $\pi(s_1) = a_3$

Approche par programmation dynamique adaptative

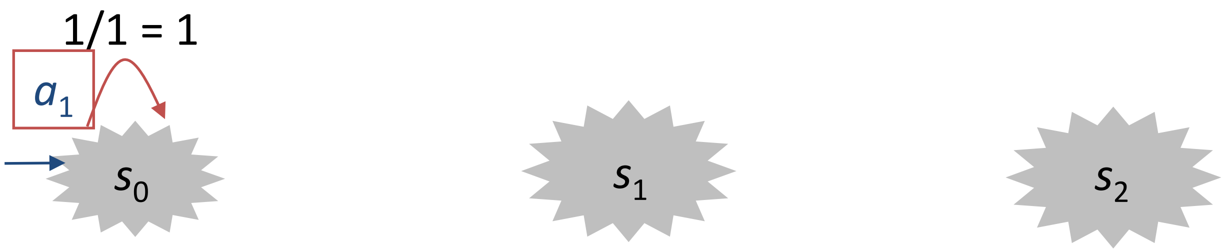


Fonction de récompense: $R(s_0)$ = -0.1, $R(s_1)$= -0.1, $R(s_2)$ = 1
R(s,a,s') = R(s')

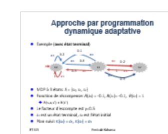
- Initialement, on suppose aucune connection entre les états

$U(s_0) = 0$
$U(s_1) = 0$
$U(s_2) = 0$

Approche par programmation dynamique adaptative



Fonction de récompense: $R(s_0)$ = -0.1, $R(s_1)$= -0.1, $R(s_2)$ = 1
R(s,a,s') = R(s')

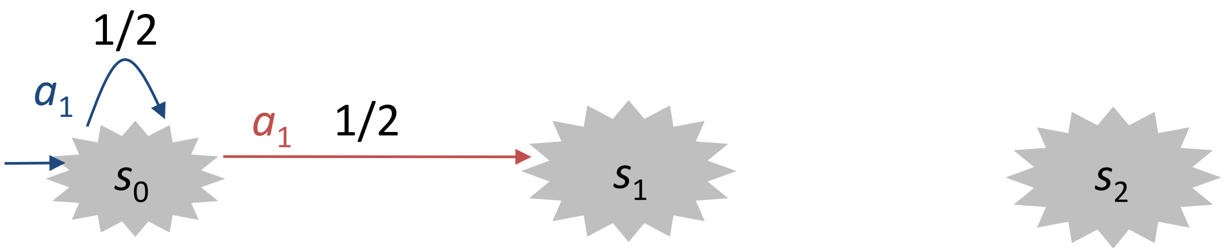


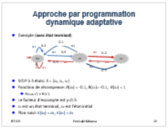
- Observations: $(s_0) \rightarrow (s_0)$

$U(s_0) = 1 * [-0.1 + 1 * U(s_0)]$
$U(s_1) = 0$
$U(s_2) = 0$

$U^{\pi}(s) = \Sigma_{s' \in S} P(s' | s, \pi(s)) [R(s, \pi(s), s') + \gamma U^{\pi}(s')]$

Approche par programmation dynamique adaptative





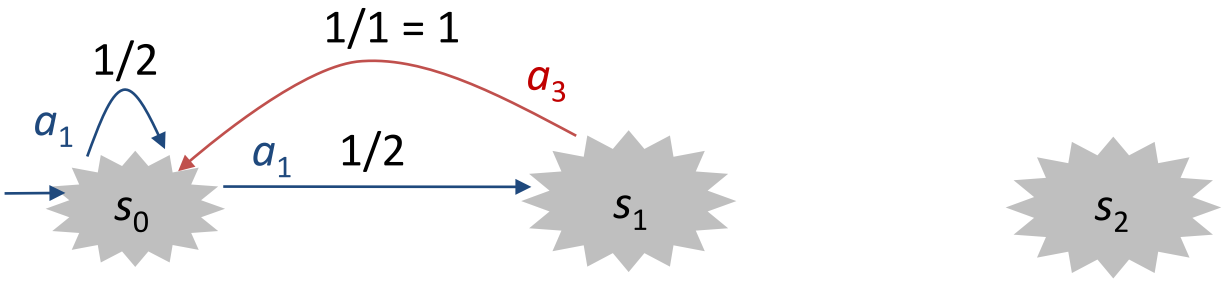
Fonction de récompense: $R(s_0) = -0.1$, $R(s_1) = -0.1$, $R(s_2) = 1$
R(s,a,s') = R(s')

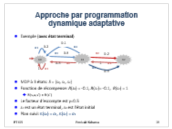
- Observations: $(s_0) \rightarrow (s_0) \rightarrow (s_1)$

$U(s_0) = 0.5\ [-0.1 + 0.5\ U(s_0)] + 0.5\ [-0.1 + U(s_1)\ ]$
$U(s_1) = 0$
$U(s_2) = 0$

$U^\pi(s) = \Sigma_{s' \in S} P(s' | s, \pi(s))\ [R(s, \pi(s), s') + \gamma\ U^\pi(s')]$

Approche par programmation dynamique adaptative



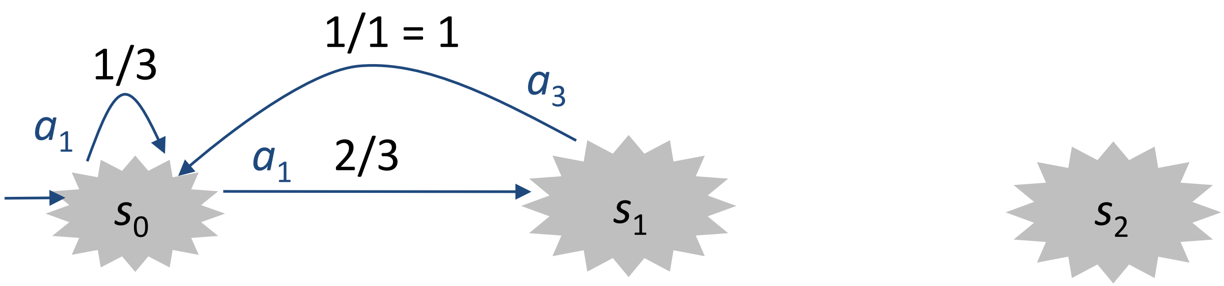


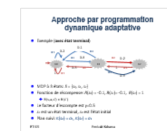
Fonction de récompense: $R(s_0)$ = -0.1, $R(s_1)$= -0.1, $R(s_2)$ = 1
R(s,a,s') = R(s')

- Observations: $(s_0) \rightarrow (s_0) \rightarrow (s_1) \rightarrow (s_0)$

$$U^\pi(s) = \Sigma_{s' \in S} P(s' | s, \pi(s)) [R(s, \pi(s), s') + \gamma U^\pi(s')]$$

Approche par programmation dynamique adaptative



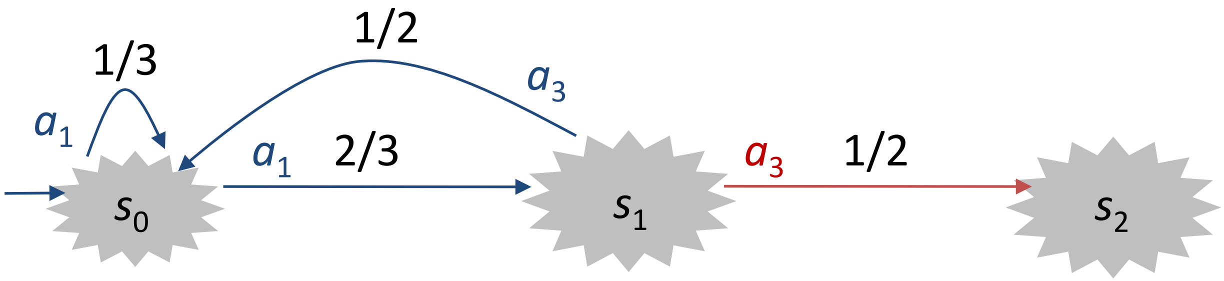


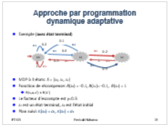
Fonction de récompense: $R(s_0)$ = -0.1, $R(s_1)$= -0.1, $R(s_2)$ = 1
R(s,a,s') = R(s')

- Observations: $(s_0) \rightarrow (s_0) \rightarrow (s_1) \rightarrow (s_0) \rightarrow (s_1)$

$$U^{\pi}(s) = \Sigma_{s' \in S} P(s' | s, \pi(s)) [R(s, \pi(s), s') + \gamma U^{\pi}(s')]$$

Approche par programmation dynamique adaptative





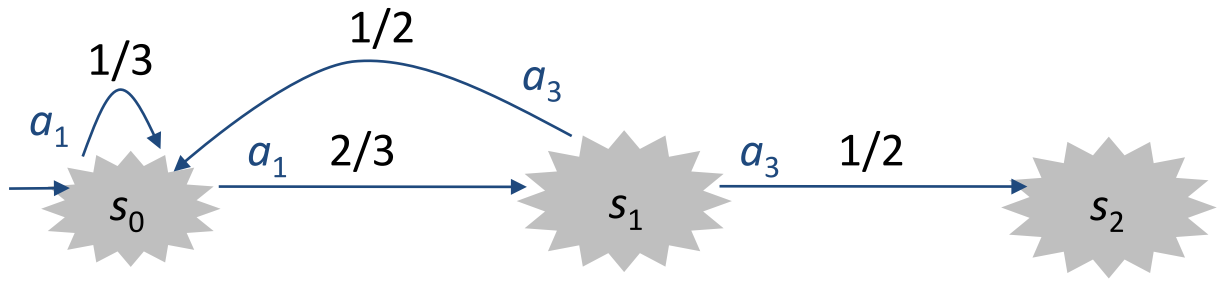
Fonction de récompense: $R(s_0) = -0.1$, $R(s_1) = -0.1$, $R(s_2) = 1$
R(s,a,s') = R(s')

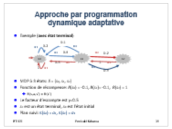
- Observations: $(s_0) \rightarrow (s_0) \rightarrow (s_1) \rightarrow (s_0) \rightarrow (s_1) \rightarrow (s_2)$

fin de l'essai

$$U^\pi(s) = \Sigma_{s' \in S} P(s' | s, \pi(s)) [R(s, \pi(s), s') + \gamma\, U^\pi(s')]$$

Approche par programmation dynamique adaptative





Fonction de récompense: $R(s_0)$ = -0.1, $R(s_1)$= -0.1, $R(s_2)$ = 1
R(s,a,s') = R(s')

- Observations: $(s_0) \to (s_0) \to (s_1) \to (s_0) \to (s_1) \to (s_2)$

fin de l'essai

À tout moment, on peut calculer les $U(s)$

$U^{\pi}(s) = \Sigma_{s' \in S} P(s' | s, \pi(s)) [R(s, \pi(s), s') + \gamma U^{\pi}(s')]$

Approche par programmation dynamique adaptative

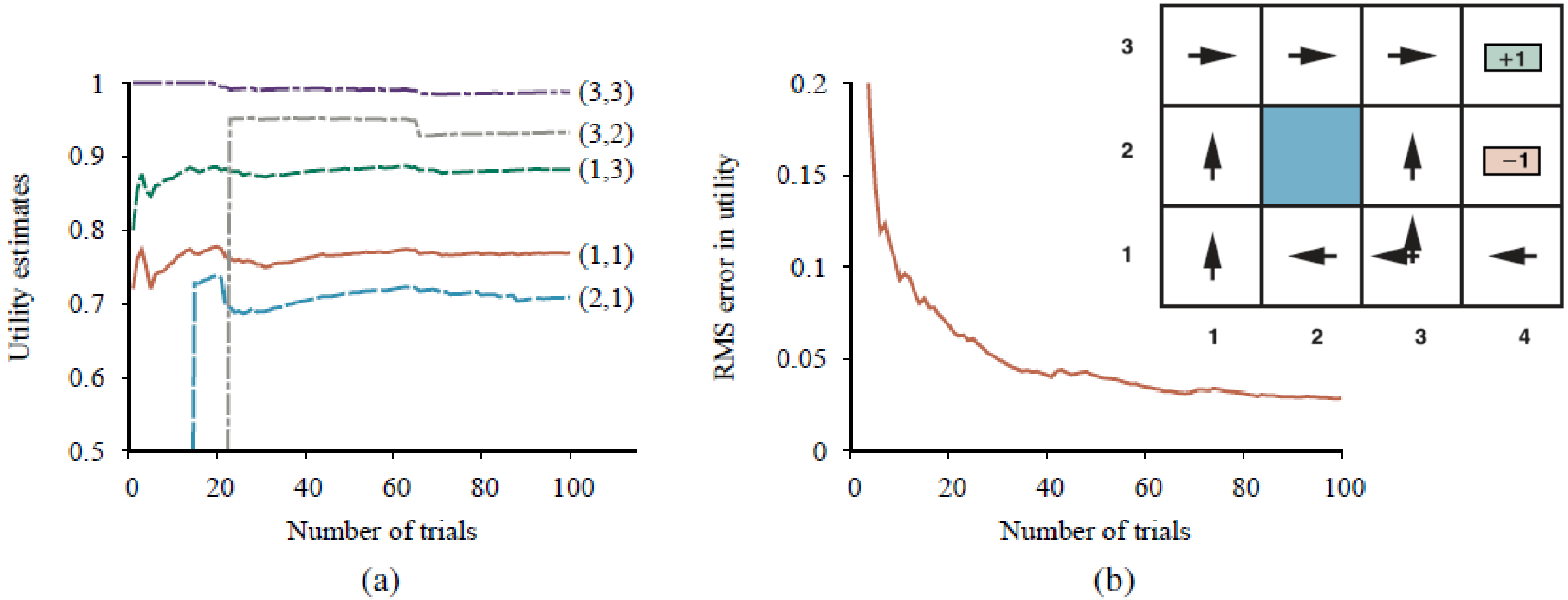


Figure 22.3 The passive ADP learning curves for the 4×3 world, given the optimal policy shown in Figure ??. (a) The utility estimates for a selected subset of states, as a function of the number of trials. Notice that it takes 14 and 23 trials respectively before the rarely visited states (2,1) and (3,2) "discover" that they connect to the +1 exit state at (4,3). (b) The root-mean-square error (see Appendix A) in the estimate for $U(1,1)$, averaged over 50 runs of 100 trials each.

Approche par programmation dynamique adaptative

- Contrairement à l'estimation directe, l'approche par PDA peut apprendre après chaque observation, c.-à-d. après chaque transition d'un essai
  - pas besoin de compléter un essai pour obtenir une nouvelle estimation de $U(s)$

- Parfois, la fonction de récompense n'est pas connue
  - l'agent ne fait qu'observer la récompense à chaque état, et n'a pas accès directement à la fonction $R(s)$
  - par contre on a besoin de $R(s)$ dans les équations de la fonction de valeur
  - dans ce cas, on initialise notre estimation $R(s)$ à 0, et on la met à jour lorsqu'on atteint l'état s pour la première fois

Approche par programmation dynamique adaptative

- Un problème avec l'approche par PDA est qu'on **doit mettre à jour toutes les valeurs de $U(s)$, pour tout s, après chaque observation**
  - très coûteux en pratique si le nombre d'états est grand (ex.: exponentiel)
  - inutile pour un état *s'* qui n'est pas atteignable via l'état de la nouvelle observation

- On doit résoudre les équations de $U(s)$ parce qu'on estime $U(s)$ seulement indirectement, via notre estimation de $P(s'|s, a)$

- Serait-il possible d'estimer directement $U(s)$ et tenir compte des interactions entre les valeurs, sans avoir à passer par $P(s'|s, a)$?
- Oui:
  - L'idée est d'utiliser les transitions pour ajuster les utilité des états observés, afin qu'ils soient en accord avec les équations exprimant l'utilité d'une politique.

Apprentissage par différence temporelle

- Considérons les essais :

1. $(1,1) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,2) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-0.4} (1,2) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-.04} (2,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-0.4} (3,3) \xrightarrow[\text{Right}]{+1} (4,3)$
2. $(1,1) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,2) \xrightarrow[\text{Up}]{-.04} (1,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-0.4} (2,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-.04} (3,3) \xrightarrow[\text{Right}]{-.04} (3,2) \xrightarrow[\text{Up}]{-0.4} (3,3) \xrightarrow[\text{Right}]{+1} (4,3)$

- Considérons la transition (1,3) -> (2, 3) dans le deuxième essai. On a U((1,3)) = 0.84

- Par contre, à l'issu du 1er essai : U((1,3))=0.92 et U((2,3))=0.96.

  Si cette transition avait lieu tout le temps (avec γ=1), on aurait

$$U((1,3)) = -0.04 + 1 * U((2,3)) = -0.04 + 1 * .96 = 0.92$$

  Cela vient de l'équation $U^{\pi}(s) = \Sigma_{s' \in S} P(s'|s, \pi(s)) [R(s, \pi(s), s') + \gamma U^{\pi}(s')]$

$$= R(s, \pi(s), s') + \gamma U(s')$$

- Cela suggère que la valeur de 0.84 à l'issue du deuxième essai serait donc un peu trop basse et il conviendrait de l'augmenter pour la rapprocher de 0.92

Apprentissage par différence temporelle

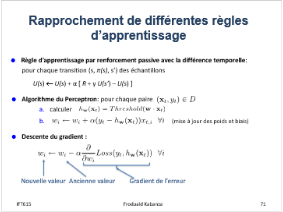
- Si la transition s à s' avait lieu tout le temps, on s'attendrait à ce que

$$U^{\pi}(s) = \Sigma_{s' \in S} P(s' | s, \pi(s)) [R(s, \pi(s), s') + \gamma U^{\pi}(s')]$$

$$= R(s, \pi(s), s') + \gamma U(s')$$

- À chaque observation, on peut effectuer la mise à jour suivante pour rapprocher $U(s)$ de $R(s, \pi(s), s') + \gamma U(s')$:

  - $U^{\pi}(s) \leftarrow (1-\alpha) U(s) + \alpha [R(s, \pi(s), s') + \gamma U^{\pi}(s')]$
    où α est un **taux d'apprentissage**, entre 0 et 1



Rapprochement de différentes règles d'apprentissage

- **Règle d'apprentissage par renforcement passive avec la différence temporelle**: pour chaque transition (s, π(s), s') des échantillons

  $U(s) \leftarrow U(s) + \alpha [R + \gamma U(s') - U(s)]$

- **Algorithme du Perceptron**: pour chaque paire $(\mathbf{x}_t, y_t) \in D$
  a. calculer $h_{\mathbf{w}}(\mathbf{x}_t) = Threshold(\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_t)$
  b. $w_i \leftarrow w_i + \alpha(y_t - h_{\mathbf{w}}(\mathbf{x}_t))x_{t,i} \ \forall i$ (mise à jour des poids et biais)

- **Descente du gradient :**

$$\underbrace{w_i}_{\text{Nouvelle valeur}} \leftarrow \underbrace{w_i}_{\text{Ancienne valeur}} - \alpha \underbrace{\frac{\partial}{\partial w_i} Loss(y_t, h_{\mathbf{w}}(\mathbf{x}_t))}_{\text{Gradient de l'erreur}} \ \forall i$$

IFT615 Froduald Kabanza 71

- On obtient ainsi la règle d'apprentissage **par différence temporelle** (***temporal difference***) ou **TD**

$$U(s) \leftarrow U(s) + \alpha [R + \gamma U(s') - U(s)]$$

Apprentissage par différence temporelle

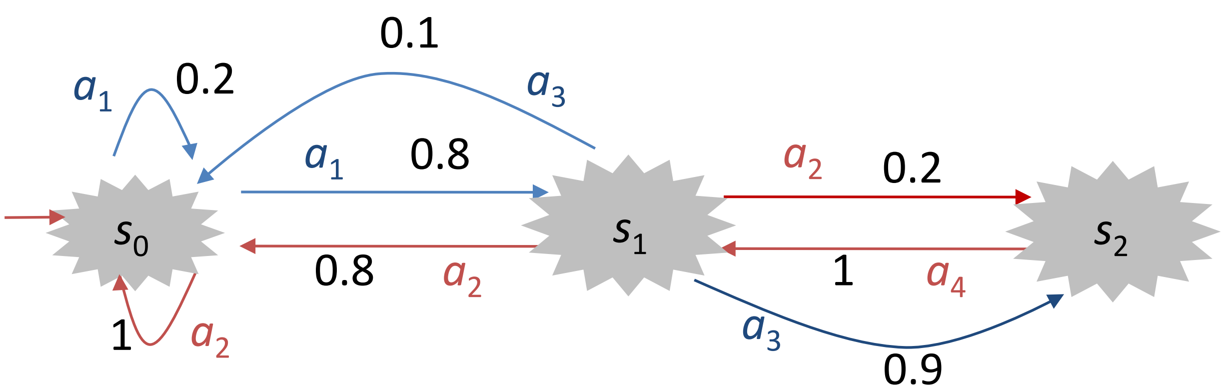
function PASSIVE-TD-LEARNER(*percept*) **returns** an action
  inputs: *percept*, a percept indicating the current state s' and reward signal r
  persistent: π, a fixed policy
    s, the previous state, initially null
    U, a table of utilities for states, initially empty
    N_s, a table of frequencies for states, initially zero

  if s' is new **then** $U[s'] \leftarrow 0$
  if s is not null **then**
    increment $N_s[s]$
    $U[s] \leftarrow U[s] + \alpha(N_s[s]) \times (r + \gamma\, U[s'] - U[s])$
  $s \leftarrow s'$
  return $\pi[s']$

Nécessaire pour varier le taux d'apprentissage

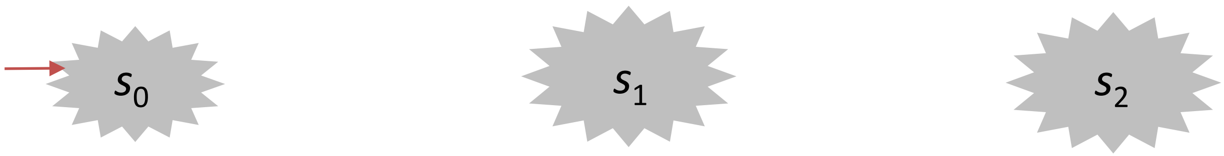
Approche par différence temporelle

- Exemple (**avec état terminal**)



- MDP à 3 états: $S = \{s_0, s_1, s_2\}$
- Fonction de récompense: $R(s_0) = -0.1$, $R(s_1)= -0.1$, $R(s_2) = 1$
  - R=R(s,a,s')=R(s)
- Le facteur d'escompte est γ=0.5
- s_2 est un état terminal, s_0 est l'état initial
- Plan suivi: $\pi(s_0) = a_1$, $\pi(s_1) = a_3$

Apprentissage par différence temporelle



Fonction de récompense: $R(s_0) = -0.1$, $R(s_1) = -0.1$, $R(s_2) = 1$

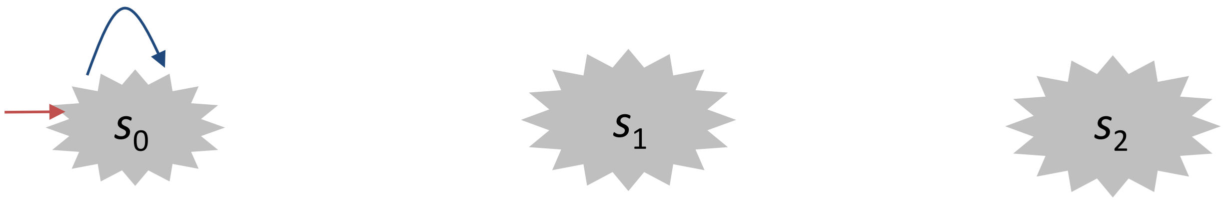
$R = R(s,a,s') = R(s')$

- Initialisation

$U(s_0) \leftarrow 0$ - Nouvel état

- On va utiliser $\alpha = 0.1$

Apprentissage par différence temporelle



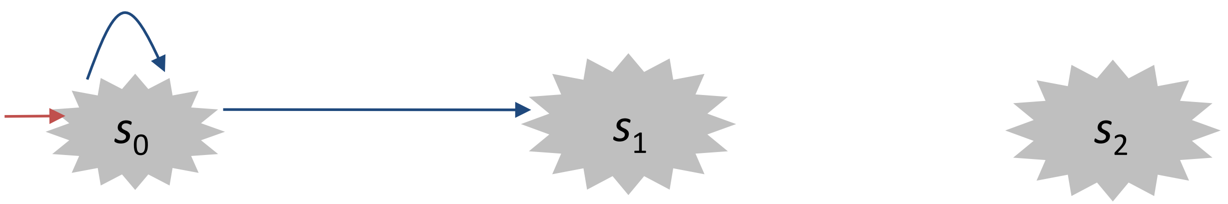
Fonction de récompense: $R(s_0)$ = -0.1, $R(s_1)$= -0.1, $R(s_2)$ = 1
R= R(s,a,s') = R(s')

- Observations: $(s_0) \rightarrow (s_0)$

$U(s_0) \leftarrow U(s_0) + 0.1\ (\ R\ \ + 0.5\ U(s_0) - U(s_0)\ )$
$= 0 + 0.1\ \ (-0.1 - 0.05*0 - 0)$
$= -0.01$
$U(s_1) = 0$
$U(s_2) = 0$

$U(s) \leftarrow U(s) + \alpha\ (\ R + \gamma\ U(s') - U(s)\ )$

Apprentissage par différence temporelle



Fonction de récompense: $R(s_0) = -0.1$, $R(s_1) = -0.1$, $R(s_2) = 1$

R= R(s,a,s') = R(s')

- Observations: $(s_0) \rightarrow (s_0) \rightarrow (s_1)$

$U(s_1) \leftarrow 0$ parce que s_1 est visité pour la première fois

$U(s_0) \leftarrow U(s_0) + 0.1\ (R + 0.5\ U(s_1) - U(s_0)\ )$

$= -0.01 + 0.1\ (-0.1 + 0 + 0.01)$

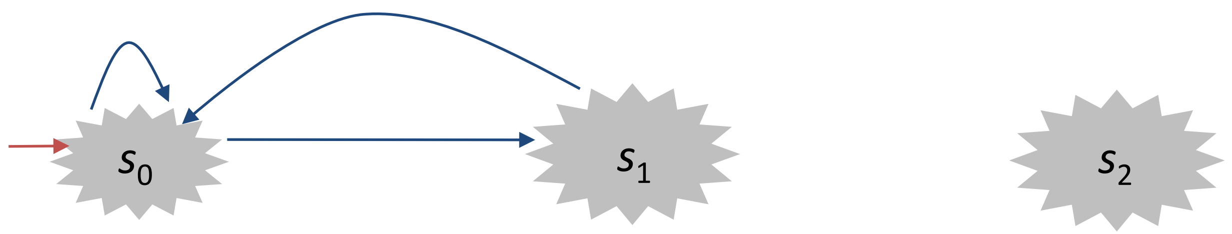
$= -0.02$

$U(s_1) = 0$

$U(s_2) = 0$

$U(s) \leftarrow U(s) + \alpha\ (\ R + \gamma\ U(s') - U(s)\ )$

Apprentissage par différence temporelle



Fonction de récompense: $R(s_0)$ = -0.1, $R(s_1)$= -0.1, $R(s_2)$ = 1

R=R(s,a,s') = R(s')

- Observations: $(s_0) \rightarrow (s_0) \rightarrow (s_1) \rightarrow (s_0)$

$U(s_0) = -0.02$

$U(s_1) \leftarrow U(s_1) + 0.1\ (R + 0.5\ U(s_0) - U(s_1)\ )$

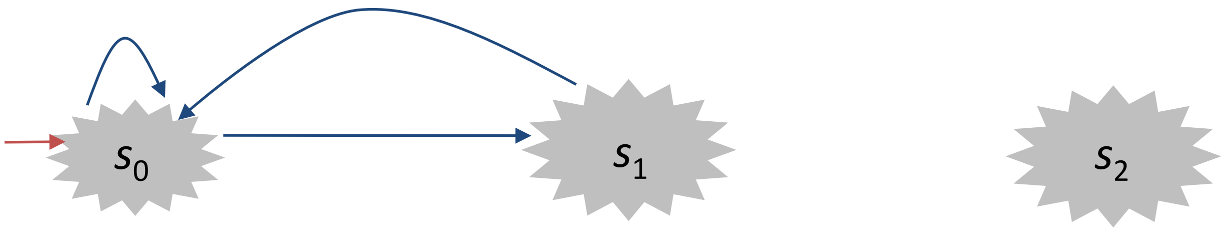
$= \ 0 + 0.1\ (-0.1 - 0.0095 - 0)$

$= -0.009$

$U(s_2) = 0$

$U(s) \leftarrow U(s) + \alpha\ (\ R + \gamma\ U(s') - U(s)\ )$

Apprentissage par différence temporelle



Fonction de récompense: $R(s_0) = -0.1$, $R(s_1)= -0.1$, $R(s_2) = 1$

R(s,a,s') = R(s')

- Observations: $(s_0) \rightarrow (s_0) \rightarrow (s_1) \rightarrow (s_0) \rightarrow (s_1)$

$U(s_0) \leftarrow U(s_0) + 0.1\ (R(s_0)\ + 0.5\ U(s_1)$ - $U(s_0)\ )$

$= -0.02 + 0.1\ (-0.1 – 0.0045 + 0.02)$

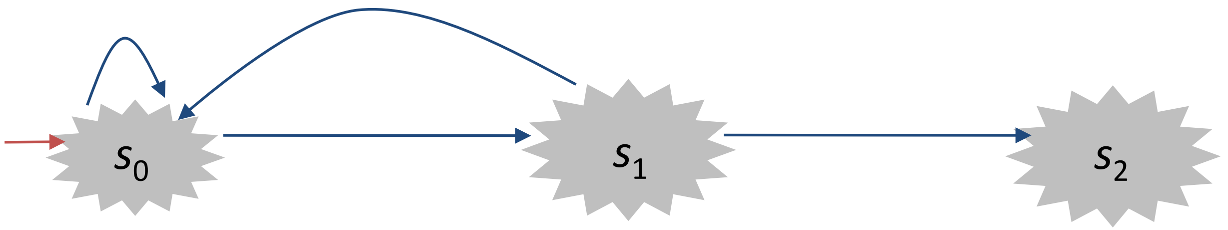
$= -0.02845$

$U(s_1) = -0.009$

$U(s_2) = 0$

$U(s) \leftarrow U(s) + \alpha\ (\ R + \gamma\ U(s') – U(s)\ )$

Apprentissage par différence temporelle



Fonction de récompense: $R(s_0)$ = -0.1, $R(s_1)$= -0.1, $R(s_2)$ = 1
R=R(s,a,s') = R(s')

fin de l'essai

- Observations: $(s_0) \rightarrow (s_0) \rightarrow (s_1) \rightarrow (s_0) \rightarrow (s_1) \rightarrow (s_2)$

$U(s_2) \leftarrow 0$ parce que s_2 est visité pour la première fois

---

$U(s_0)$ = -0.02845

$U(s_1) \leftarrow U(s_1) + 0.1\ (R + 0.5\ U(s_2) - U(s_1))$

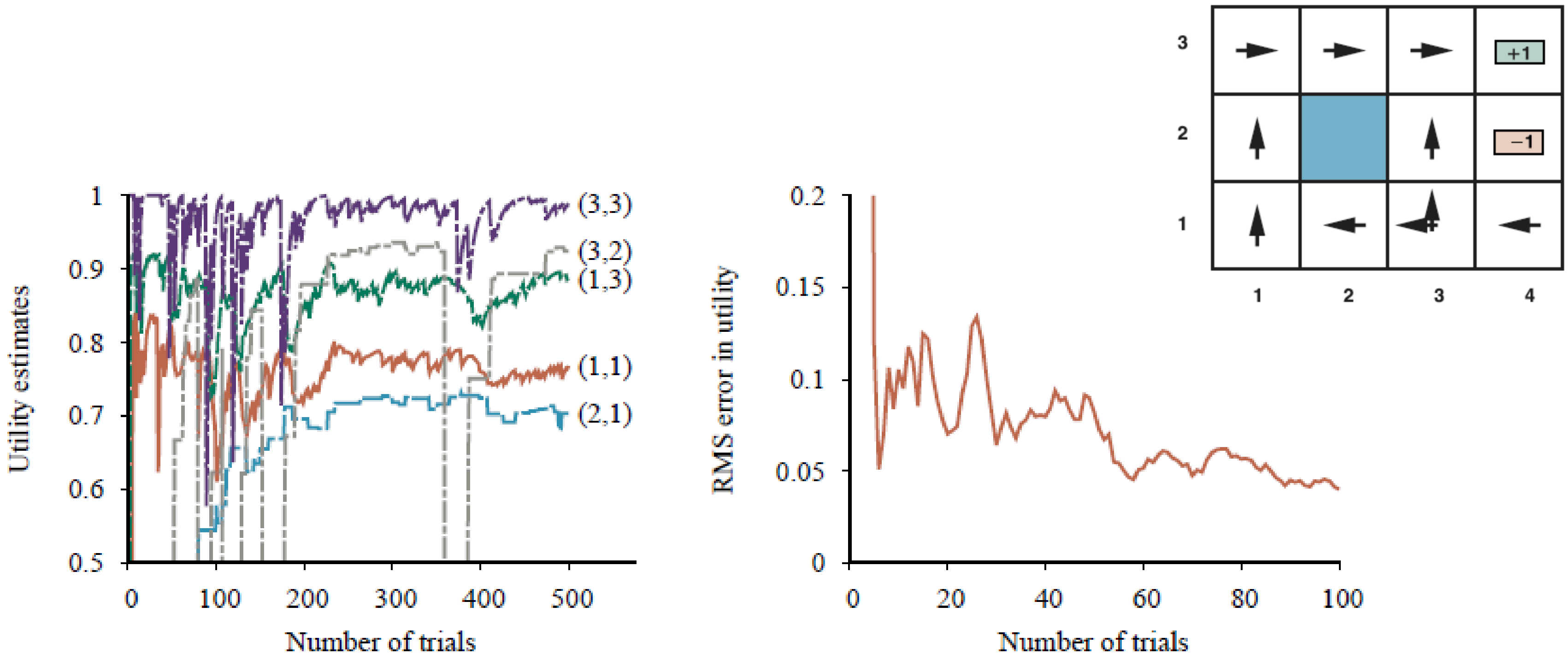
$= -0.009 + 0.1\ (1 + 0 + 0.009\ )$

$= 0.0919$

$U(s_2) = 0$

$U(s) \leftarrow U(s) + \alpha\ (\ R + \gamma\ U(s') - U(s)\ )$

Apprentissage par différence temporelle

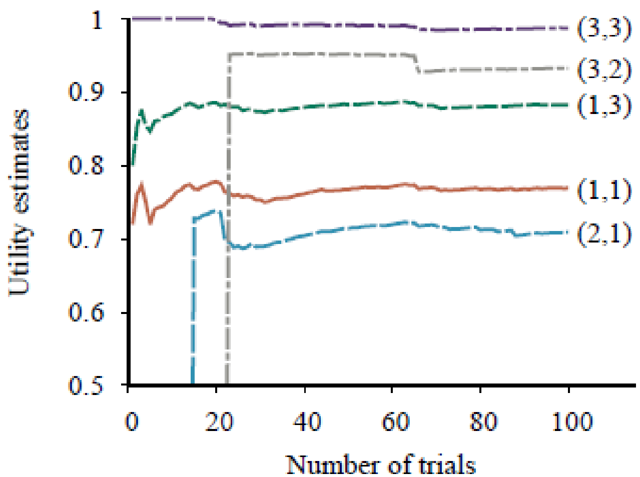


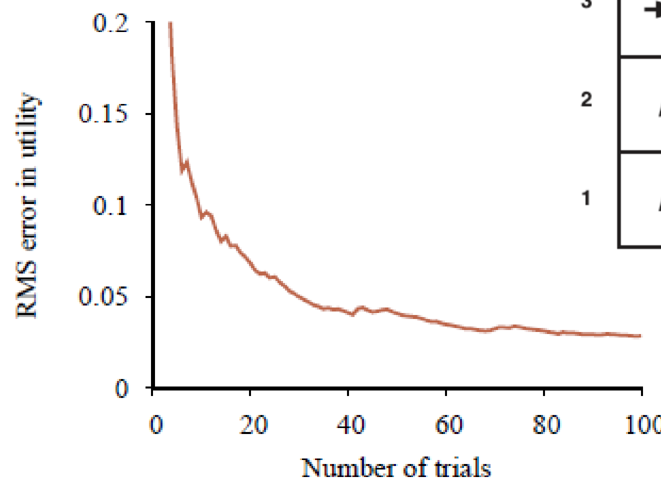
(a) (b)

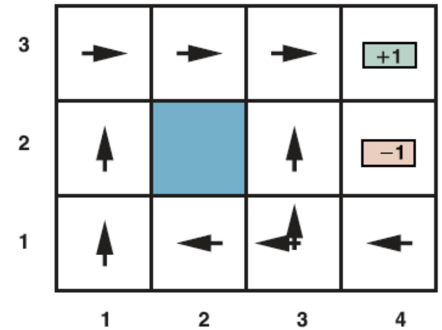
Figure 22.5 The TD learning curves for the 4×3 world. (a) The utility estimates for a selected subset of states, as a function of the number of trials, for a single run of 500 trials. Compare with the run of 100 trials in Figure ??(a). (b) The root-mean-square error in the estimate for $U(1,1)$, averaged over 50 runs of 100 trials each.

Programmation dynamique adaptative *vs* différence temporelle

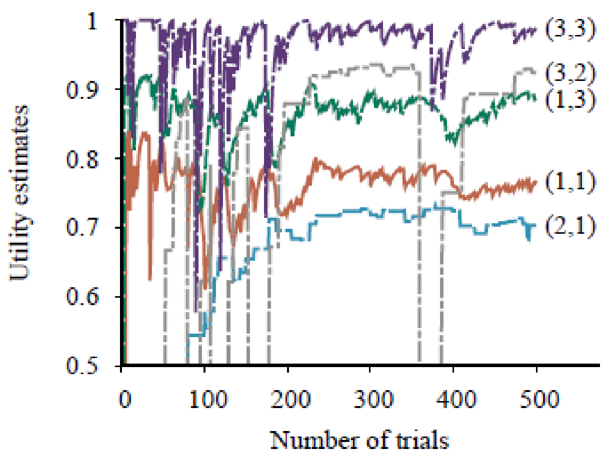
ADP

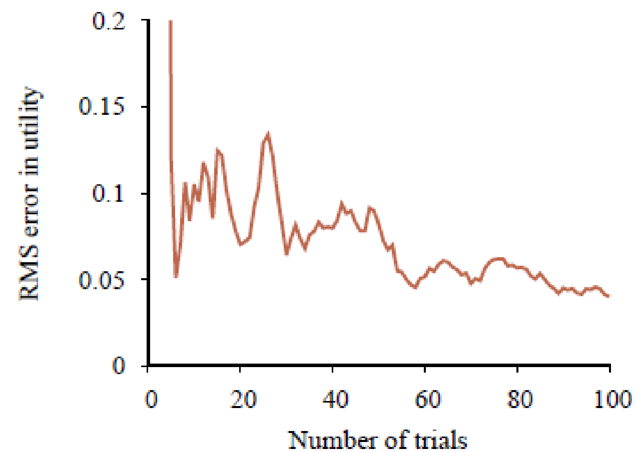






TD





Apprentissage par renforcement actif

- Dans le cas **passif**, l'agent a un plan (politique) fixe qui détermine son comportement.
  - Il doit apprendre la fonction d'utilité associée au plan

- Dans le cas **actif**, l'agent doit décider quelles actions effectuer
  - L'agent doit apprendre un modèle complet avec les probabilités des effets de ses actions au lieu du modèle associé à une politique fixe.
  - ***U(s)*** **est maintenant une estimation de la fonction d'utilité du plan optimal**

- Un algorithme d'apprentissage naïf peut être obtenu de l'algorithme PDA-Passif par deux changements simples:
  - On applique ***value iteration*** au MDP estimé (afin de résoudre les équations pour la **politique optimale**)
  - L'action choisie par l'agent devient

$$\pi(s) = \underset{a \in A(s)}{\operatorname{argmax}} \sum_{s' \in S} P(s'|s,a)\, U(s')$$

Apprentissage actif avec PDA vorace

ACTIVE-GLOUTON

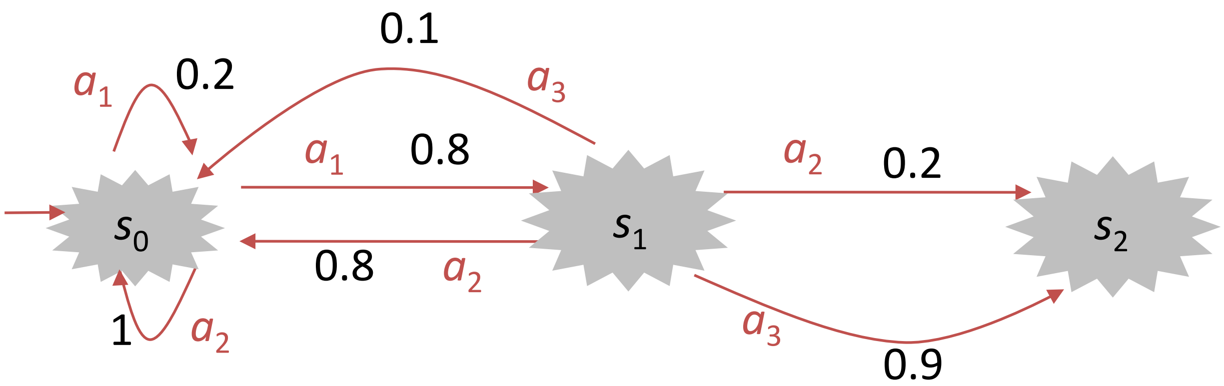
function P~~ASSIVE~~E-ADP-LEARNER($percept$) **returns** an action
  inputs: $percept$, a percept indicating the current state s' and reward signal r
  persistent: π, a fixed policy
    mdp, an MDP with model P, rewards R, actions A, discount γ
    U, a table of utilities for states, initially empty
    $N_{s'|s,a}$, a table of outcome count vectors indexed by state and action, initially zero
    s, a, the previous state and action, initially null

  if s' is new **then** $U[s'] \leftarrow 0$
  if s is not null **then**
    increment $N_{s'|s,a}[s, a][s']$
    $R[s, a, s'] \leftarrow r$
    add a to $A[s]$
    $\mathbf{P}(\cdot \mid s, a) \leftarrow$ NORMALIZE($N_{s'|s,a}[s, a]$)
    $U \leftarrow$ ~~POLICYEVALUATION(π, U, mdp)~~ Optimal-Policy(U,*mdp*)
    (value-iteration ou policy-iteration)
    $s, a \leftarrow s', \cancel{\pi[s']}$
    return a

$$\underset{a \in A(s)}{\operatorname{argmax}} \sum_{s' \in S} P(s|s',a)\,[R(s,a,S') + \gamma U(s')]$$

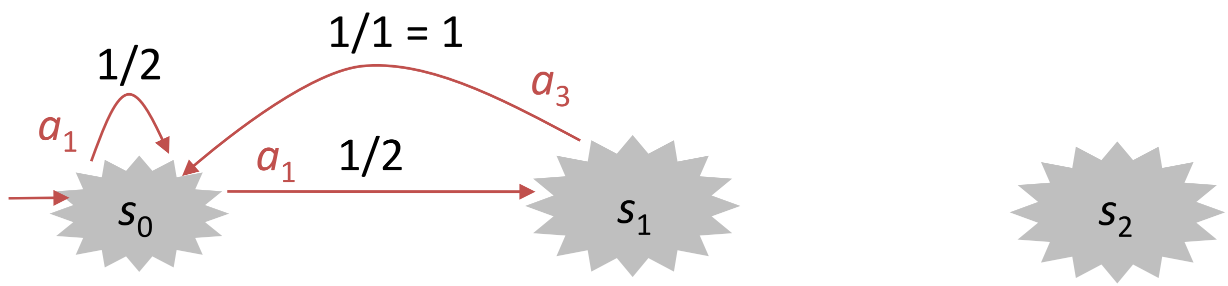
Apprentissage actif avec PDA vorace

- Rappel de l'exemple



- On a des actions possibles différentes, pour chaque état
  - $A(s_0) = \{a_1, a_2\}$
  - $A(s_1) = \{a_2, a_3\}$
  - $A(s_2) = \{\}$

Approche par programmation dynamique adaptative vorace



- Observations: $(s_0) \xrightarrow[a_1]{-0.1} (s_0) \xrightarrow[a_1]{-0.1} (s_1) \xrightarrow[a_3]{-0.1} (s_0)$

value iteration → $U(s_0)$=-0.1, $U(s_1)$=-0.1, $U(s_2)$=0

!! Calculs à verifier

- Pour choisir quelle action prendre dans S_0, on compare
  - $\Sigma_{s' \in S} P(s|s',a_2)$ [.] = 0 (puisque $P(s|s',a_2)$ pas apprise encore pour a_2)
  - $\Sigma_{s' \in S} P(s|s',a_1)$ [R(s_0,a, s] + 0.5 $U(s')$)] = -0.1
- **L'action choisie par l'agent est donc a_2**

Limite du PDA vorace

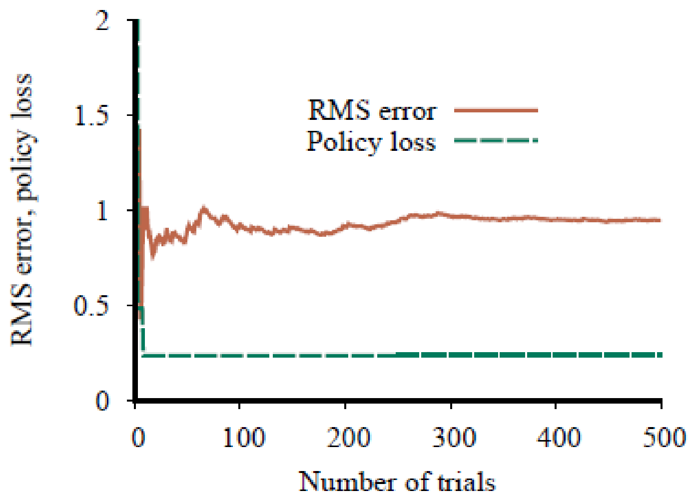
- L’approche précédente est dite **vorace (gloutonne)**
  - elle choisit l’action avec la meilleure utilité espérée étant donné le model appris jusqu’à maintenant.
  - en d’autres mots, **elle exploite le plus possible** l’information recueilli jusqu’à maintenant

- Les approches voraces trouvent rarement le plan optimal
  - elles ne tiennent pas compte du fait que l’**information accumulée jusqu’à maintenant est partielle**
  - en d’autres mots, elles ne considèrent pas la possibilité d’**explorer l’environnement** plus longuement, pour amasser plus d’information sur celui-ci

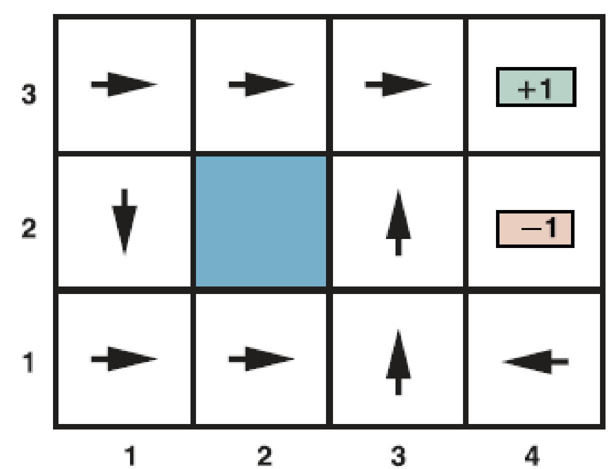
Limite du PDA vorace

- L'algorithme PDA vorace ne garantit pas d'apprendre le plan optimal
- Dans cet exemple (Fig. 21.6 du livre):
  - Au bout du 3e essai, une politique menant à la récompense +1 est apprise via (2,1) → (3,1) → (3,2) → (3,3) → (4,1)
  - Au bout du 8e essai, le plan ci-après est appris.

Courbe d'apprentissage



Plan découvert



Dilemme exploration vs. exploitation

- **Trop exploiter** mène à des plans non optimaux
- **Trop explorer** ralentit l'apprentissage inutilement
- Trouver la balance optimale entre l'exploration et l'exploitation est un problème ouvert en général
- Des stratégies d'exploration/exploitation optimales existent seulement dans des cas très simples
  - Voir l'algorithme UCB1 pour le **problème de machines à sous *(bandits)* à *n* leviers** dans le livre, Section 17.3, p. 581

Dilemme exploration vs. exploitation

- On se contente donc d'heuristiques en pratique.
- Exemple: introduction d'une **fonction d'exploration *f*(u,n)**
  - cette fonction augmente artificiellement la récompense future d'actions inexplorées.
- L'approche par PDA basée sur *value iteration* ferait les mises à jour

$$U^+(s) \leftarrow \max_a \boldsymbol{f}\left(\Sigma_{s' \in S} P(s|s',\mathrm{a})\ [\mathrm{R(s,a,S')} + \gamma U^+(s')]\ ,\ N(s,a)\right)$$

où $N(s,a)$ est le nombre de fois que l'action a a été choisie à l'état s

et

$$\boldsymbol{f}(u,n) = \begin{cases} R^+ & \text{si } n < N_e \\ u & \text{sinon} \end{cases}$$

Estimation optimiste de récompenses futures (hyper-paramètre)

- Garantit que a sera choisie dans s au moins N_e fois durant l'apprentissage.

Apprentissage actif avec PDA vorace

ACTIVE-GLOUTON

function ~~PASSIVE~~-ADP-LEARNER(*percept*) **returns** an action
  inputs: *percept*, a percept indicating the current state s' and reward signal r
  persistent: π, a fixed policy
    mdp, an MDP with model P, rewards R, actions A, discount γ
    U, a table of utilities for states, initially empty
    $N_{s'|s,a}$, a table of outcome count vectors indexed by state and action, initially zero
    s, a, the previous state and action, initially null

  if s' is new **then** $U[s'] \leftarrow 0$
  if s is not null **then**
    increment $N_{s'|s,a}[s, a][s']$
    $R[s, a, s'] \leftarrow r$
    add a to $A[s]$
    $\mathbf{P}(\cdot \mid s, a) \leftarrow$ NORMALIZE($N_{s'|s,a}[s, a]$)
    $U \leftarrow$ ~~POLICYEVALUATION(π, U, *mdp*)~~ Optimal-Policy(U,*mdp*)
    (value-iteration ou policy-iteration)
    $s, a \leftarrow s', \cancel{\pi[s']}$
    return a

$$\underset{a \in A(s)}{\operatorname{argmax}} f\left(\Sigma_{s' \in S} P(s|s',a)\ [R(s,a,S') + \gamma U^{+}(s')]\ ,\ N(s,a)\right)$$

Exemple revisité

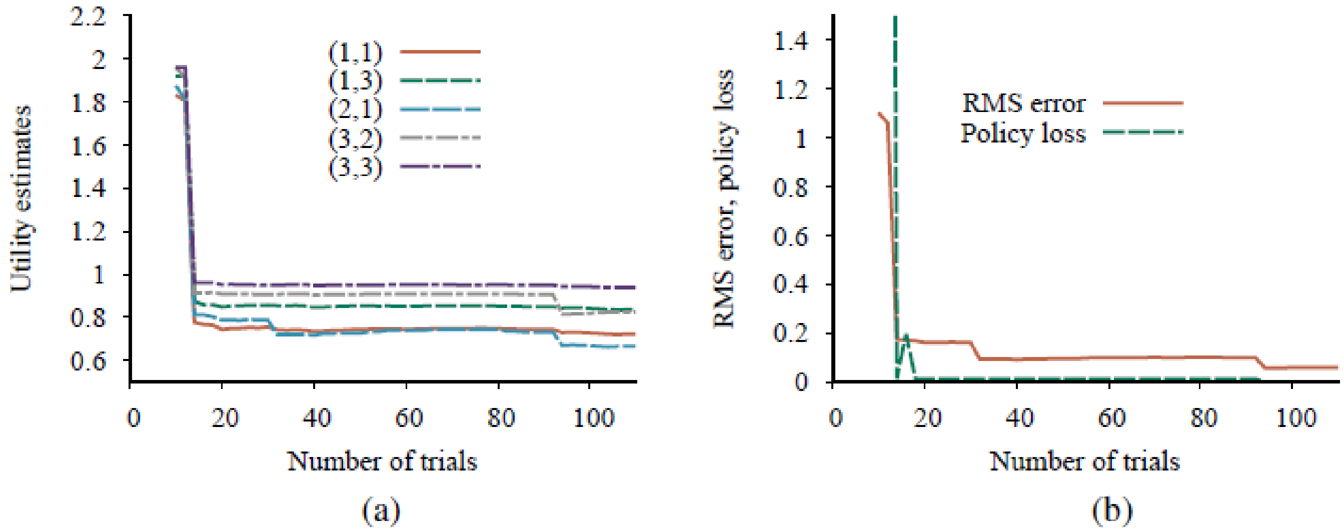


Figure 22.7 Performance of the exploratory ADP agent using $R^{+} = 2$ and $N_e = 5$. (a) Utility estimates for selected states over time. (b) The RMS error in utility values and the associated policy loss.

Apprentissage actif par différence temporelle

- Dans le cas de l'apprentissage actif TD, la règle de mise à jour demeure la même que dans le cas de l'apprentissage passif

$$U(s) \leftarrow U(s) + \alpha \left(R(s) + \gamma\, U(s') - U(s) \right)$$

- La différence entre TD passif et TD actif est au niveau du choix de l'action.
  - Pour choisir l'action, l'agent TD devra apprendre le modèle P(s'|s,a).
  - L'apprentissage du modèle se fait comme pour l'agent PDA actif.

Apprentissage actif avec Q-learning

- Il existe une variante de la méthode TD, nommée ***Q-learning***, qui apprend la **fonction action-valeur** $Q(s,a)$
  - on n'apprend plus $U(s)$, soit la somme espérée des renforcements à partir de s jusqu'à la fin pour la politique optimale
  - on apprend plutôt $Q(s,a)$, soit la somme espérée des renforcements à partir de s **et l'exécution de *a***, jusqu'à la fin pour la politique optimale
  - le lien entre $Q(s,a)$ et $U(s)$ est que $U(s) = \max_a Q(s,a)$
- Le plan de l'agent est alors $\pi(s) = \operatorname{argmax}_a Q(s,a)$
- L'avantage par rapport à TD actif est que pour le choix de l'action, on n'a plus besoin d'apprendre le modèle!

Apprentissage actif avec Q-learning

- Selon la définition de $Q(s,a)$, on a

$$Q(s,a) = \sum_{s' \in S} P(s' | s,a) \, [\, R(s,a,s') + \gamma \, max \, Q(s',a') \,]$$

- Comme pour l'approche TD, on traduit cette équation en la mise à jour de Q-Learning (*off-policy learning*)

$$Q(s,a) \leftarrow Q(s,a) + \alpha \, (\, R(s,a,s') + \gamma \max_{a'} Q(s',a') - Q(s,a) \,)$$

- On voit la similarité avec l'approche TD initiale

$$U(s) \leftarrow U(s) + \alpha \, (\, R(s) + \gamma \, U(s') - U(s) \,)$$

- Q-Learning a un "cousin" appelé SARSA (*on-policy learning*)

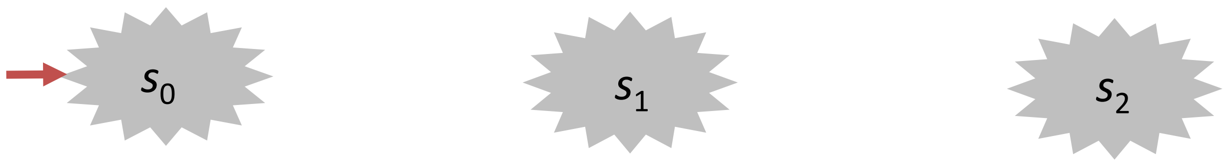
$$Q(s,a) \leftarrow Q(s,a) + \alpha \, (\, R(s,a,s') + \gamma \, {\color{red}Q(s',a')} - Q(s,a) \,)$$

Apprentissage actif avec Q-learning

function Q-LEARNING-AGENT(*percept*) **returns** an action
  inputs: *percept*, a percept indicating the current state s' and reward signal r
  persistent: Q, a table of action values indexed by state and action, initially zero
    N_{sa}, a table of frequencies for state–action pairs, initially zero
    s, a, the previous state and action, initially null

  if s is not null **then**
    increment $N_{sa}[s, a]$
    $Q[s, a] \leftarrow Q[s, a] + \alpha(N_{sa}[s, a])(r + \gamma \max_{a'} Q[s', a'] - Q[s, a])$
  $s, a \leftarrow s', \operatorname{argmax}_{a'} f(Q[s', a'], N_{sa}[s', a'])$
  return a

Apprentissage actif avec Q-learning



- On va utiliser $\alpha = 0.5$, $\gamma = 0.5$

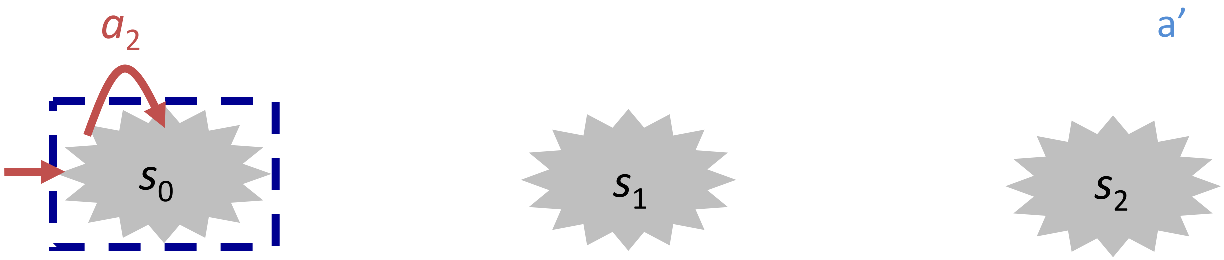
- Initialisation:

$Q(s_0,a_1) = 0$ $\quad Q(s_0,a_2) = 0$
$Q(s_1,a_2) = 0$ $\quad Q(s_1,a_3) = 0$
$Q(s_2,\text{None}) = 0$

- Action à prendre $\pi(s_0)$ $= \text{argmax}\{ Q(s_0,a_1), Q(s_0,a_2) \}$
$= \text{argmax}\{ 0, 0 \}$
$= a_2$ (arbitraire, ça aurait aussi pu être a_1)

Apprentissage actif avec Q-learning

$$Q(s,a) \leftarrow Q(s,a) + \alpha \left(R(s) + \gamma \max_{a'} Q(s',a') - Q(s,a) \right)$$



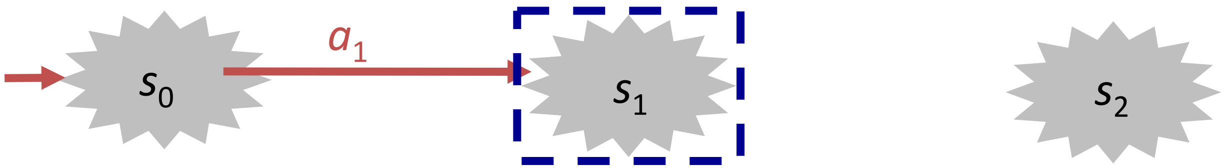
- Observations: $(s_0) \xrightarrow[a_2]{-0.1} (s_0)$

$$\begin{aligned} Q(s_0,a_2) \leftarrow\ & Q(s_0,a_2) + \alpha \left(R(s_0, a_2, s_0) + \gamma \max\{ Q(s_0,a_1), Q(s_0,a_2)\} - Q(s_0,a_2) \right) \\ &= 0 + 0.5 \left(-0.1 + 0.5 \max\{ 0, 0\} - 0 \right) \\ &= -0.05 \end{aligned}$$

- Action à prendre $\pi(s_0)$ $= \text{argmax}\{ Q(s_0,a_1), Q(s_0,a_2) \}$
  $= \text{argmax}\{ 0, -0,05 \}$
  $= a_1$ **(changement de politique!)**

Apprentissage actif avec Q-learning

$$Q(s,a) \leftarrow Q(s,a) + \alpha \left(R(s) + \gamma \max_{a'} Q(s',a') - Q(s,a) \right)$$



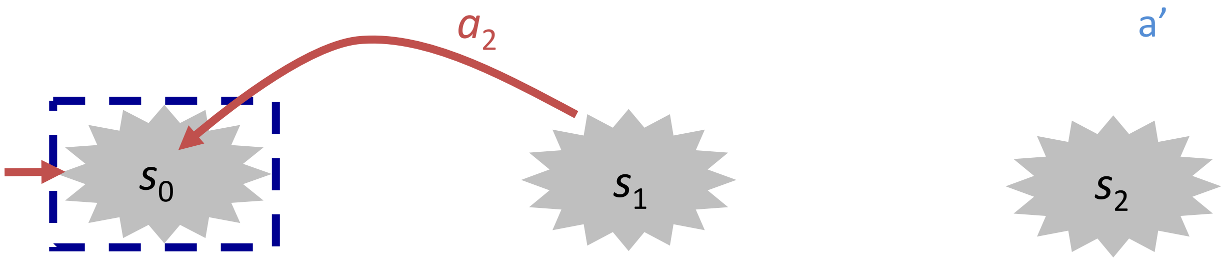
- Observations: $(s_0) \xrightarrow[a_2]{-0.1} (s_0) \xrightarrow[a_1]{-0.1} (s_1)$

$$\begin{aligned} Q(s_0,a_1) \leftarrow\ & Q(s_0,a_1) + \alpha\,(R(s_0, a_1, s_1) + \gamma \max\{ Q(s_1,a_2), Q(s_1,a_3)\} - Q(s_0,a_1)) \\ &= 0 + 0.5\ (-0.1 + 0.5 \max\{ 0, 0\} - 0) \\ &= -0.05 \end{aligned}$$

- Action à prendre $\pi(s_1)$ $= \operatorname{argmax}\{ Q(s_1,a_2), Q(s_1,a_3) \}$
  $= \operatorname{argmax}\{ 0, 0 \}$
  $= a_2$ (arbitraire, ça aurait aussi pu être a_3)

Apprentissage actif avec Q-learning

$$Q(s,a) \leftarrow Q(s,a) + \alpha\ (\ R(s) + \gamma \max_{a'} Q(s',a') - Q(s,a)\ )$$

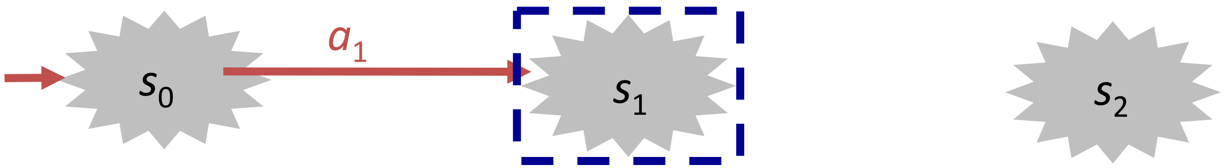


- Observations: $(s_0) \xrightarrow[a_2]{-0.1} (s_0) \xrightarrow[a_1]{-0.1} (s_1) \xrightarrow[a_2]{-0.1} (s_0)$

$$\begin{aligned} Q(s_1,a_2) \leftarrow\ & Q(s_1,a_2) + \alpha\ (\ R(s_1) + \gamma \max\{\ Q(s_0,a_1), Q(s_0,a_2)\} - Q(s_1,a_2)\ ) \\ &= 0 + 0.5\ (\ -0.1 + 0.5 \max\{\ -0.05, -0.05\} + 0) \\ &= -0.0625 \end{aligned}$$

- Action à prendre $\pi(s_0)$ $= \text{argmax}\{\ Q(s_0,a_1), Q(s_0,a_1)\ \}$
  $= \text{argmax}\{\ -0.05, -0.05\ \}$
  $= a_1$ (arbitraire, ça aurait aussi pu être a_2)

Apprentissage actif avec Q-learning



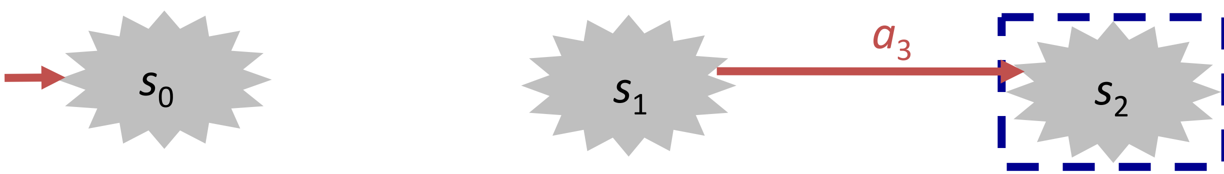
- Observations: $(s_0) \xrightarrow[a_2]{-0.1} (s_0) \xrightarrow[a_1]{-0.1} (s_1) \xrightarrow[a_3]{-0.1} (s_0) \xrightarrow[a_1]{-0.1} (s_1)$

$$Q(s_0,a_1) \leftarrow Q(s_0,a_1) + \alpha\ (\ R(s_0) + \gamma \max\{\ Q(s_1,a_2),\ Q(s_1,a_3)\} - Q(s_0,a_1)\ )$$
$$= -0.05 + 0.5\ (\ -0.1 + 0.5 \max\{\ -0.0625,\ 0\ \} + 0.05)$$
$$= -0.075$$

- Action à prendre $\pi(s_1)$ $= \text{argmax}\{\ Q(s_1,a_2),\ Q(s_1,a_3)\ \}$
  $= \text{argmax}\{\ -0.075,\ 0\ \}$
  $= a_3$ **(changement de politique!)**

Apprentissage actif avec Q-learning

$Q(s,a) \leftarrow Q(s,a) + \alpha \left(R(s) + \gamma \max_{a'} Q(s',a') - Q(s,a) \right)$



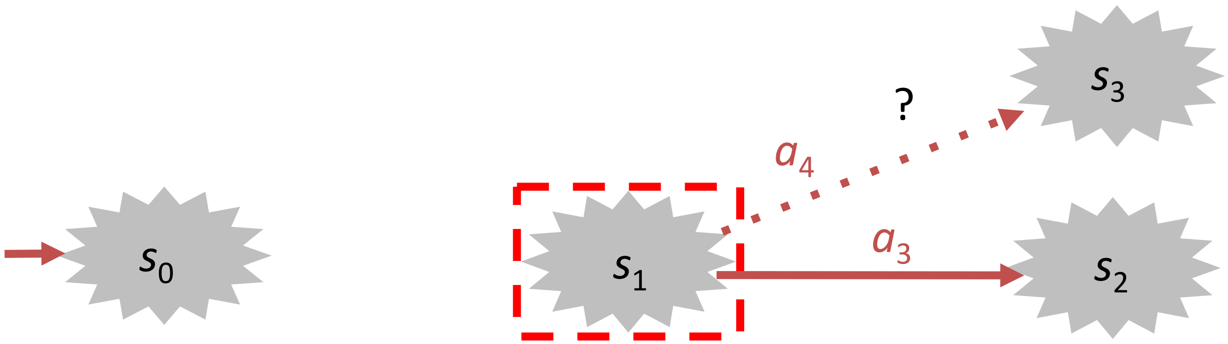
- Observations: $(s_0) \xrightarrow[a_2]{-0.1} (s_0) \xrightarrow[a_1]{-0.1} (s_1) \xrightarrow[a_3]{-0.1} (s_0) \xrightarrow[a_1]{-0.1} (s_1) \xrightarrow[a_3]{-0.1} (s_2)\ 1$

État terminal: $Q(s_2,\text{None}) = 1$

$$\begin{aligned} Q(s_1,a_3) \leftarrow\ & Q(s_1,a_3) + \alpha \left(R(s_1) + \gamma \max\{ Q(s_2,\text{None}) \} - Q(s_1,a_3) \right) \\ &= 0 + 0.5 \left(-0.1 + 0.5 \max\{ 1 \} + 0 \right) \\ &= 0.55 \end{aligned}$$

- On recommence un nouvel essai...

Apprentissage actif avec Q-learning



- Supposons qu'on puisse aussi faire l'action a_4 à l'état s_1, pour mener à s_3 avec $R(s_1, a_4, s_3) = 1000$

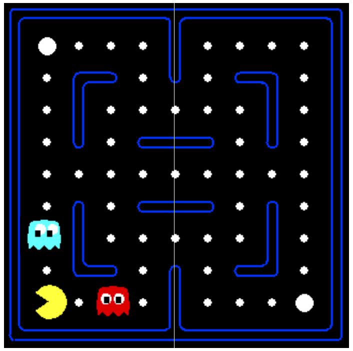
- Puisque $Q(s_1,a_4) = 0$ à l'initialisation, et que $Q(s_1,a_3) = 0.55 > 0$ après un essai, une approche vorace n'explorerait jamais s_3!

Généralisation par approximation de fonctions

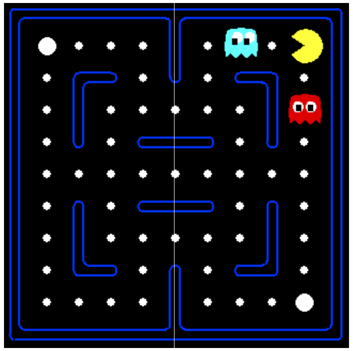
- Dans des applications réelles, on ne peut pas visiter tous les états
  - Trop d'états à visiter dans les essaies d'apprentissage
  - Mémoire limitée pour enregistrer les valeurs Q(s,a) correspondant
- Par contre, on peut généraliser en utilisant les caractéristiques (*features*) des états plutôt que les états eux-mêmes:
  - Apprendre les caractéristiques des états à partir des échantillons d'entrainement.
  - Généraliser aux états similaires
- Le principe s'applique autant à l'apprentissage passif qu'à l'apprentissage actif

Exemple: Pacman

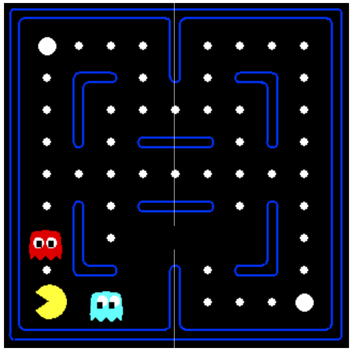
- Supposons que nous apprenons durant les essais que cet état est mauvais (U(s) trop bas).



- Avec l'approche Q-Learning naïve telle que décrite, on ne peut rien déduire de cet état ou de sa valeur Q:

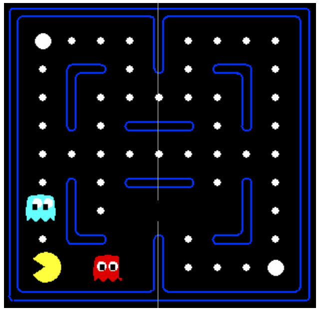


- Pas plus que pour celui-ci!



Approximation de fonction

- Représenter un état en utilisant un vecteur de caractéristiques (*features*)
  - Les caractéristiques sont des fonctions réelles (souvent 0/1) qui capturent les propriétés saillants des états
  - La taille de l'espace d'états représentés par leurs caractéristiques est beaucoup plus petit que l'espace d'états d'origine – c'est une approximation
  - Exemples de caractéristiques (*features*):
    - » Distance au fantôme le plus proche
    - » Distance à la nourriture la plus proche
    - » Nombre de fantômes
    - » 1 / (distance à la nourriture)^2
    - » Pacman proche d'un fantôme ? (0/1)
    - » etc.



  - On peut aussi décrire la fonction de qualité Q(s, a) avec des caractéristiques (ex. l'action permettant à Pacman d'être proche de la nourriture)

Approximation de fonction

- Étant donné un vecteur $f = [f_1, \ldots, f_n]$ de *features* d'état et un vecteur de poids correspondant $w = [w_1, \ldots, w_n]$, on peut approximer U par une fonction linéaire

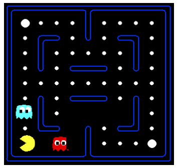
$$\widehat{U_w} = \sum_{i=1}^{n} w_i f_i(s)$$

- De façon similaire, avec un vecteur de *features* Q et des poids correspondants:

$$\widehat{Q_w}(s,a) = \sum_{i=1}^{n} w_i f_i(s,a)$$

- On peut alors utiliser l'apprentissage superviser pour apprendre $\widehat{U_w}$ *et* $\widehat{Q_w}$

- On peut aussi utiliser des fonctions d'approximation non linéaire



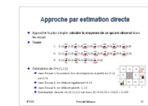
$$\widehat{U_w} = f(s)$$
$$\widehat{Q_w}(s,a) = f(s)$$

- En particulier, on pourrait utiliser un réseau de neurones – ce qu'on appelle apprentissage par renforcement profond.

- Voyons cela plus en détail.

Approximer l'estimation directe de l'utilité

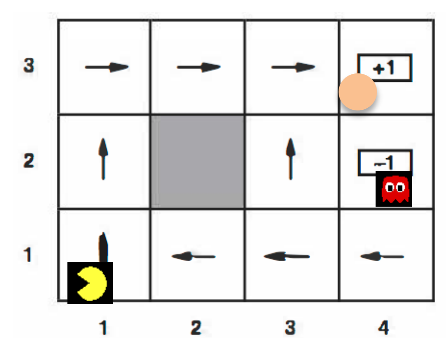
- La méthode d'apprentissage passif par estimation directe de l'utilité simule des trajectoires d'exécution dans l'espace d'états *(x,y)* et calcule, pour chaque état, la somme des récompenses cumulées jusqu'à l'état terminal, *U(x,y)*.



- Chaque occurrence d'état (x,y) est une donnée, étiquetée par son utilité correspondante U(x,y), et l'ensemble de toutes les occurrence constitue un ensemble de données d'entraînement pour un algorithme **d'apprentissage supervisé** qui peut apprendre U. On pourrait utiliser n'importe quel algorithme d'apprentissage supervisé.

- Par exemple, avec le même exemple utilisé pour la méthode d'apprentissage passif par estimation directe, approximons l'utilité par une fonction linéaire de *features* – les *features* étant simplement les positions x et y.

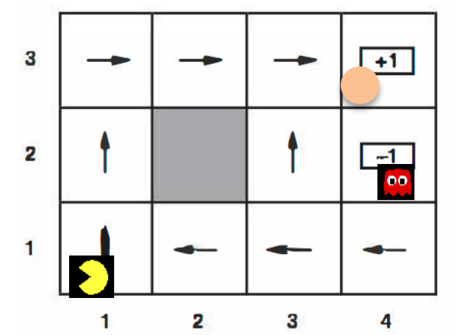
$$\widehat{U}_w(x,y) = w_0 + w_1 x + w_2 y$$



Approximer l'estimation directe de l'utilité

- Supposons qu'on approxime U par

$$\widehat{U}_w(x,y) = w_0 + w_1 x + w_2 y$$

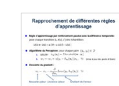


- Notons $u_j(s)$ la somme des récompenses à partir de l'état dans l'échantillon j

- On peut utiliser l'erreur quadratique pour la perte

$$Loss_j(s) = (\widehat{U}_w(s) - u_j(s))^2 / 2$$

- Il en résulte la règle d'apprentissage suivante pour mettre à jour les poids



$$w_i \leftarrow w_i - \alpha \frac{\partial E_j(s)}{\partial w_i} = w_i + \alpha \left[u_j(s) - \widehat{U}_w(s)\right] \frac{\partial \widehat{U}_w(s)}{\partial w_i}$$

- C.-à-d.,

$$w_0 \leftarrow w_0 + \alpha \left[u_j(s) - \widehat{U}_w(s)\right]$$

$$w_1 \leftarrow w_1 + \alpha \left[u_j(s) - \widehat{U}_w(s)\right] x$$

$$w_2 \leftarrow w_2 + \alpha \left[u_j(s) - \widehat{U}_w(s)\right] y$$

Approximer l'apprentissage par différence temporelle

- On peut appliquer la même idée à l'apprentissage par différence temporelle autant passif que actif.

- La règle d'apprentissage des poids de la fonction d'approximation linéaire pour l'apprentissage par différence temporelle devient

$$w_i \leftarrow w_i + \alpha \left[R(s,a,s') + \gamma \widehat{U_w}(s') - \widehat{U_w}(s)\right] \frac{\partial \widehat{U_w}(s)}{\partial w_i}$$

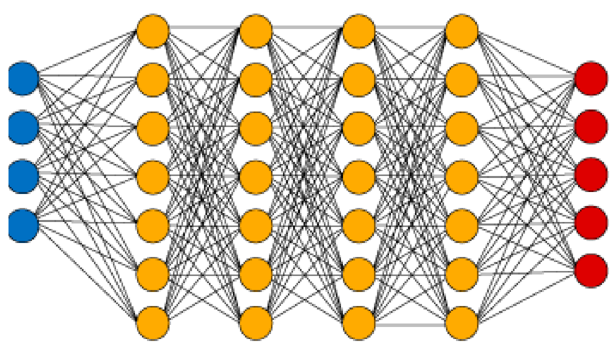
- Celle pour Q-Learning devient

$$w_i \leftarrow w_i + \alpha \left[R(s,a,s') + \gamma \max_{a'} \widehat{Q_w}(s',a') - \widehat{Q_w}(s,a)\right] \frac{\partial \widehat{U_w}(s)}{\partial w_i}$$

Apprentissage par renforcement profond

- Le principe pour l'apprentissage par renforcement profond est le même, mais la fonction d'approximation est un réseau de neurones, entraîné par la rétropropagation du gradient, avec une fonction de perte appropriée.
- Il y a plusieurs algorithmes. En particulier:
  - Deep Q-Learning Network (DQN) apprend Q(s,a) directement
  - Deep Policy Network apprendre la politique π(*s*,*a*) directement

State features



π(*s*,*a*) ou Q(s,)

- Dans TP #4, vous pourrez pratiquer DQN qui apprend Q(s,a).
- Dans le cours IFT608 on approfondit l'apprentissage par renforcement.

Conclusion

- L'apprentissage par renforcement permet d'apprendre la prise décision séquentielle

- C'est un domaine de recherche très actif
  - Il y a de plus en plus d'applications, en robotique, voitures autonomes, et d'autres domains.
- L'apprentissage par renforcement est plus difficile lorsque la récompense est lointaine (ex.: à la toute fin d'une partie)
  - **problème d'assignation de crédit** (*credit assignment*)
    - est-ce que ma victoire est due à mon premier coup? mon dernier? les deux?
  - on ajoute parfois des renforcements positifs intermédiaires appropriés (***reward shaping***)
    - inconvenient: demande de l'expertise

Rapprochement de différentes règles d'apprentissage

- **Règle d'apprentissage par renforcement passive avec la différence temporelle**:
  pour chaque transition (s, *π(s)*, s') des échantillons

  $U(s) \leftarrow U(s) + \alpha\, [\, R + \gamma\, U(s') - U(s)\,]$

- **Algorithme du Perceptron**: pour chaque paire $(\mathbf{x}_t, y_t) \in D$
  a. calculer $h_{\mathbf{w}}(\mathbf{x}_t) = Threshold(\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_t)$
  b. $w_i \leftarrow w_i + \alpha(y_t - h_{\mathbf{w}}(\mathbf{x}_t))x_{t,i} \quad \forall i$ (mise à jour des poids et biais)

- **Descente du gradient :**

$$w_i \leftarrow w_i - \alpha \underbrace{\frac{\partial}{\partial w_i} Loss(y_t, h_{\mathbf{w}}(\mathbf{x}_t))}_{} \quad \forall i$$

Nouvelle valeur Ancienne valeur Gradient de l'erreur